Análise de Incerteza

Introdução

A primeira vez que publiquei sobre o tema **Análise de incerteza**, foi no livro Conservação da água de 1999.

Novamente com acréscimo de **Análise de confiabilidade** publiquei no livro Rede de água em 2011.

Aqui publico novamente no meu site www.pliniotomaz.com.br para divulgação do conteúdo.

O assunto não é fácil, pois, depende de conhecimentos de estatística e probabilidades.

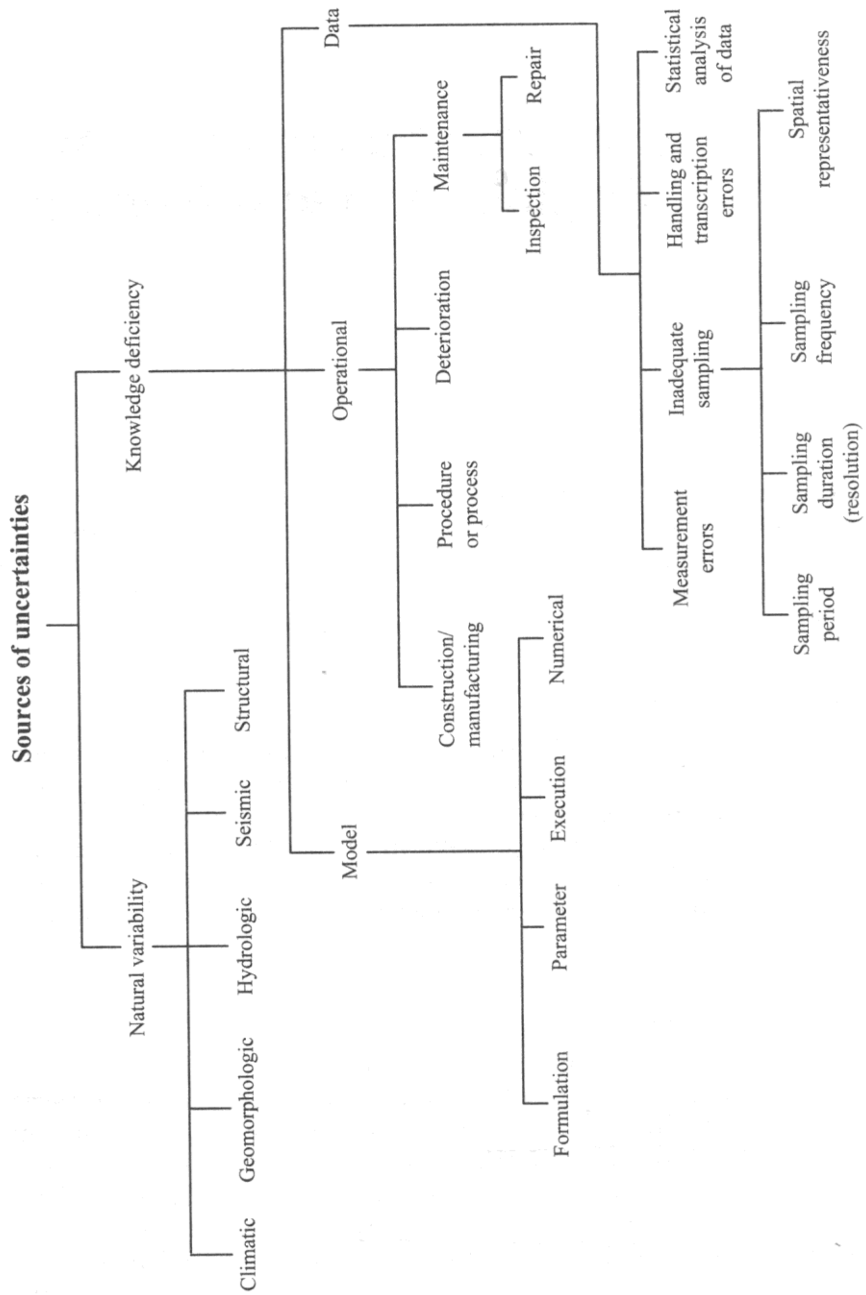
As pessoas geralmente se esquecem, que quando se aplica uma fórmula, isto é, quando se faz a síntese, as **variáveis** que serão usadas possuem **incertezas**, e o resultado estará em uma certa faixa de precisão.

Costumava antes, dar um "chorinho" no dimensionamento de uma bomba, alterando um pouco a vazão e a altura manométrica. Mais tarde, examinando "O método de *Análise de Incerteza de Primeira Ordem"* pude justificar os ajustes práticos.

Outro problema frequente e esquecido é a *Análise de confiabilidade* de um sistema de água, por exemplo. Uma vez vi um bombeamento em três etapas com comprimentos variados de adutoras e com alta pressão. De que maneira deveria ser dimensionado o reservatório de distribuição de água potável? Tem que ser previsto a falta de energia elétrica, arrebentamentos e manutenção.

Guarulhos, 12 de setembro de 2015

Engenheiro civil Plinio Tomaz


Sources of uncertainties
Natural variability
Climatic
Geomorphologic
Hydrologic
Seismic
Structural
Knowledge deficiency
Model
Formulation
Parameter
Execution
Numerical
Operational
Construction/
manufacturing
Procedure
or process
Deterioration
Maintenance
Inspection
Repair
Data
Measurement
errors
Inadequate
sampling
Handling and
transcription
errors
Statistical
analysis
of data
Sampling
period
Sampling
duration
(resolution)
Sampling
frequency
Spatial
representativeness

Sumário

Capitulo 168- Análise de incerteza (uncertainty)

168.1 Introdução

Pretendemos explicar, de uma maneira bastante prática, a utilidade da Análise de Incerteza. Serão evitadas as demonstrações trabalhosas e detalhadas, que poderão ser encontradas nos livros de Mays e Tung,1992,

Lamberson e Kapur, 1977, Elsayed, 1996, Chow ,1988 e Tung, Yen e Melching, 2006.

É importante, sempre que se fizer a aplicação de uma fórmula, que seja avaliado o erro nela cometido, pois, as variáveis que introduzimos contêm erros. Neste sentido, basta substituir os valores e fazer várias simulações. Em análise de redes de água, costuma-se variar os coeficientes para verificar a sensibilidade da mesma face às mudanças. Uma maneira mais correta de se verificar a Análise de Incerteza em fórmulas é aplicando a Fórmula de Taylor. Desta aplicação resultou o chamado *Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

Primeira ordem significa a primeira derivada da série de Taylor e segunda ordem a segunda derivada. Usaremos em nossos estudos para simplificar, somente e primeira derivada da série de Taylor.

A série de Taylor é muito usado em análise de rede de água com o método de Hardy-Cross.

De modo geral as derivadas de primeira ordem são fáceis de serem obtidas com algumas exceções.

O termo Hidrosistema foi usado primeiramente por Ven Te Chow e trata-se de hidrologia, hidráulica e recursos hídricos.

Nos Hidrosistemas é importante a Análise de Incerteza e é usado amplamente em bueiros, diques, enchentes, canais, análise de benefício/custo, aguas subterrâneas, modelo de qualidade da água distribuída, etc. As variáveis dependentes de uma fórmula, normalmente, apresentam incertezas que por sua vez, se refletem na variável independente. Vamos procurar mostrar, através de exemplos, o uso desta ferramenta indispensável aos engenheiros para avaliação correta de seus cálculos.

A Análise de Incerteza é conhecida também como *Método Delta ou Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

Burges e Lettenmaier, 1975 in Tung e Yen, 2005 criaram duas categorias de erros:

Erros tipo I: quando escolhemos um modelo inadequando mesmo com parâmetros corretos:

Erros tipo II: quando escolhemos um modelo perfeito, mas com parâmetros sujeitos a incertezas. Consequentemente usando um modelo imperfeito para prevermos determinado comportamento vai resultar em um erro.

Na prática estes dois tipos de incertezas ocorrem simultaneamente.

168.2 Fórmula Racional

Como exemplo, mostraremos a Fórmula Racional:

$$Q = C \cdot I \cdot A \qquad (1)$$

Onde:

Q= vazão em litros por segundo;

C= coeficiente adimensional relativo à impermeabilização do solo;

I= intensidade de chuva em litros/segundo x hectare;

A= área em hectares.

As incertezas na fórmula (1) referente ao coeficiente C, à intensidade de chuva e à área de drenagem, fornecerão uma incerteza ao valor da vazão Q.

Os dados do problema são:

O valor adotado do coeficiente C da fórmula racional é C=0,82 e o erro estimado em sua avaliação é de 7% ou seja o coeficiente de variação de C é Ω_C =0,07.

Quanto a intensidade adotada é de 300 l/s x hectare, sendo que a estimativa de erro na avaliação da Intensidade I é de 17% ou seja o coeficiente de variação de I é Ω_I =0,17.

A área A de captação é 7,5 hectares e o erro de estimativa cometido é de 5% ou seja o coeficiente de variação de A é Ω_A=0,05.

Substituindo os valores na formula racional temos:

$$Q = C \cdot I \cdot A = 0{,}82 \cdot 300 \cdot 7{,}5 = 1.845 \text{ litros/segundo}$$

Queremos achar a incerteza final Ω_Q na fórmula racional, considerando as incertezas nas variáveis C , I e A.

$$\Omega^2_{Q}= (\delta Q/\delta C)^2 \cdot (\underline{C} /\underline{Q})^2 \cdot \Omega^2_c + (\delta Q/ \delta I)^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2\, \Omega^2_I + (\delta Q/ \delta A)^2 \cdot (\underline{A}/\underline{Q})^2\, \Omega^2_A$$

onde:

<u>C, I, A</u> = são os valores das variáveis independentes;

$\delta Q/ \delta C$ = derivada da fórmula(1) em relação a C;

$\delta Q/ \delta I$ = derivada da fórmula(1) em relação a I;

$\delta Q/ \delta A$ = derivada da fórmula(1) em relação a A.

Substituindo teremos:

$$\Omega^2_{Q}= (\underline{I}.\ \underline{A})^2 \,.\, (\underline{C} / \underline{C}.\ \underline{I}.\ \underline{A})^2 \,.\, \Omega^2_c + (\underline{C}.\ \underline{A})^2 \,.\, (\underline{I}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A})^2\ \Omega^2_I + (\underline{C}\,.\,\underline{I})^2 \,.\, (\underline{A}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A}.)^2\ \Omega^2_A$$

Fazendo as simplificações, teremos:

$$\boldsymbol{\Omega^2_{Q}= \Omega^2_c + \Omega^2_I + \Omega^2_A} \qquad \textbf{(2)}$$

Substituindo os valores:

$\Omega^2_Q = (0{,}07)^2 + (0{,}17)^2 + (0{,}05)^2 = 0{,}0363$

$\Omega_Q = 0{,}0363^{\,0,5} = 0{,}19052$, ou seja, 0,19

Portanto, para a vazão de 1.845 l/s temos uma incerteza de 0,19, ou seja, de 19%.

É importante observar que as variáveis C, I e A são independentes uma das outras.

O *coeficiente de variação* da vazão na Fórmula Racional (1) é:

$$\boldsymbol{\Omega_Q = \sigma_Q / \mu_Q}$$

Então, o *desvio padrão* será:

$$\sigma_Q = \Omega_Q \,.\, \mu_Q$$

$$\sigma_Q = 0{,}19 \,.\, 1.845 = 350{,}55 \text{ l/s} = 0{,}355 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$1845 \pm 351$$

168.3 Fórmula de Manning para seção plena

Vamos usar a Fórmula de Manning para seção plena nas unidades do sistema internacional (S.I.).

$$Q= 0{,}312 \,.\, n^{-1} \,.\, D^{8/3} \,.\, I^{1/2} \qquad (3)$$

sendo:

Q = vazão em metro cúbico por segundo (m^3/s);
n = coeficiente de rugosidade de Manning (adimensional);
D = diâmetro da tubulação em metros (m);
I = declividade da tubulação em metro por metro (m/m).

Queremos a incerteza da vazão Q na fórmula (2). As variáveis dependentes n, D e I possuem incertezas.

A rugosidade de Manning n = 0,015 com incerteza de 5%, ou seja, Ω_n = 0,05.

A declividade I= 0,001 m/m com incerteza de 7%, ou seja, Ω_I= 0,07.

Consideremos que o diâmetro seja de D=1,50m com incerteza de 1%, ou seja, com coeficiente de variação Ω_D= 0,01.

Vamos calcular a vazão Q usando os dados fornecidos:

$$Q= 0,312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2} = 0,312 \cdot 0,015^{-1} \cdot 1,5^{8/3} \cdot 0,001^{1/2}$$

$$Q= 1,938 \text{ m}^3/\text{s} = 1.938 \text{ l/s}$$

Queremos calcular a incerteza no cálculo da vazão da fórmula de Manning (2) para seção plena.

$$\Omega^2_{Q=} \ (\delta Q/\delta n)^2 \cdot (\underline{n}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega^2_n + (\delta Q/\ \delta D)^2 \cdot (\underline{D}/\underline{Q})^2 \ \Omega^2_D + (\delta Q/\ \delta I)^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2 \ \Omega^2_I$$

onde:
$\underline{n, D, I}$ = são os valores das variáveis independentes;
$\delta Q/\ \delta n$= derivada da fórmula(2) em relação a n;
$\delta Q/\ \delta I$ = derivada da fórmula(2) em relação a I;
$\delta Q/\ \delta D$ = derivada da fórmula(2) em relação a D.

$$\Omega^2_{Q=} (-0,312 \cdot \underline{n}^{-1-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2})^2 \cdot (\underline{n} / \underline{Q})^2 \cdot \Omega_n^2 + (0,312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot (8/3) \cdot \underline{D}^{8/3-1} \cdot \underline{I}^{1/2})^2 \cdot (\underline{D}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega_D^2 + (0,312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot (1/2) \cdot \underline{I}^{1/2-1})^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega_I^2$$

Substituindo o valor de $Q= 0,312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2}$
e fazendo as simplificações:

$$\Omega^2_Q = \Omega_n^2 + (8/3)^2 \cdot \Omega_D^2 + (1/2)^2 \cdot \Omega_I^2$$

$$\Omega^2_Q = \Omega_n^2 + (64/9) \cdot \Omega_D^2 + (1/4) \cdot \Omega_I^2 \qquad (4)$$

Como temos os coeficientes de variação de n , D e I, fazendo as substituições na fórmula (4), temos:

$$\Omega^2_Q = (0,05)^2 + (64/9) \cdot (0,01)^2 + (1/4) \cdot (0,07)^2$$

$$\Omega^2_Q = 0,0025 + 0,00071 + 0,001225 = 0,004435$$

$\Omega_Q = \sqrt{0,004435} = 0,066595$, ou seja, $\Omega_Q = 0,0670$

Assim, a incerteza nas variáveis independentes n , D e I acarretam, na variável dependente Q, a incerteza de 6,7%, ou seja, coeficiente de variação de $\Omega^2{}_Q = 0,067$.

O desvio padrão é dado pela fórmula abaixo,

$$\sigma_Q = \Omega_Q \ . \ \mu_Q$$

substituindo os valores:

$$\sigma_Q = 0,067 \ . \ 1938 = 129,85 \text{ l/s} = 0,12985 \text{ m}^3\text{/s}$$

168.4 Método da Margem de Segurança

Vamos supor, que queremos calcular o grau de incerteza de uma galeria de 1,50m de diâmetro, que esgotará as águas de chuvas, de uma bacia com 7,5 ha, com C=0,82 e intensidade de chuva de 300 L/s x hectare conforme Figura (168.1).

Façamos o seguinte esquema:

μ_C= 1.845 l/s (média da carga)

σ_C = 350,55 l/s (desvio padrão da carga)

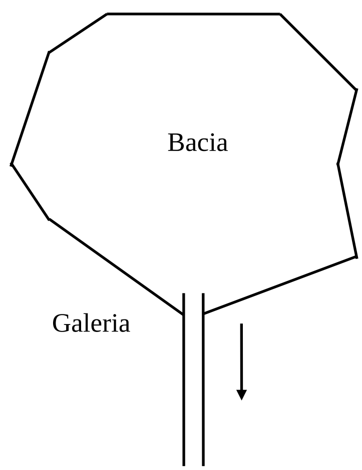


Figura 168.1- Esquema da galeria e da bacia

μ_R= 1938 l/s (média da resistência)

σ_R = 129,85 l/s (desvio padrão da resistência)

Usemos o Método da Margem de Segurança (MS):

$$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$$

sendo o índice subscrito R resistência e C a carga
e a equação da variança MS:

$$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C$$

Na Figura (168.2) podemos ver um esquema da Resistência e da Carga (*loading*).

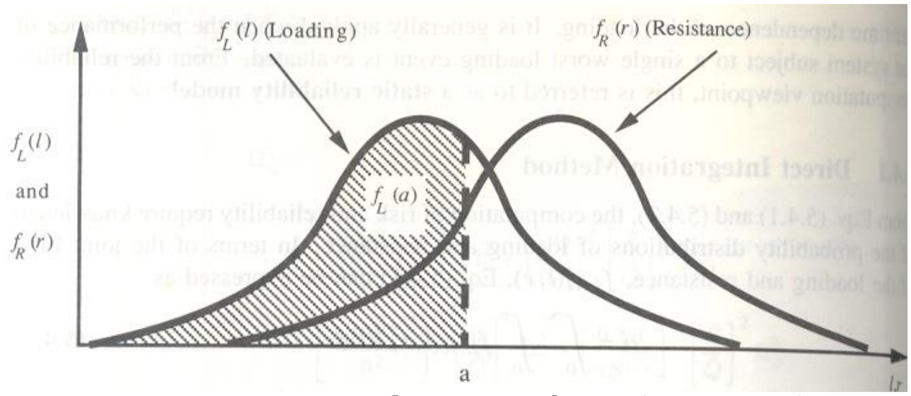


Figura 168.2- Figura mostrando a Resistência (*resistance*) e a Carga (*looading*)

Fonte: Tung, 1992

Para o caso que estamos estudando μ_R= 1.938 que é a resistência e μ_C= 1.845 que é a carga.

$$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C = 1.938 - 1.845 = 93 \text{ l/s}$$

$$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C = (129{,}85)^2 + 350{,}55)^2 = 139746{,}32$$
$$\sigma_{MS} = 373{,}83 \text{ l/s}$$

Conforme Chow et al, 1988 para termos o risco R devemos ter:

$$- \frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} = \frac{-\ 93}{378{,}83} = -\ 0{,}25 = Z$$

Devemos entrar agora na tabela da Curva de Gauss, conhecida também como Curva Normal em função de Z = (x - μ) / σ . Observe-se que -μ_{MS} / σ_{MS} é semelhante à apresentação de Z.

A função da distribuição normal é bastante conhecida e tabelada. Na prática é tabelada, em função de Z, a seguinte função:

$$f(x)= 1/\sqrt{(2 . pi . \sigma)} \quad . \exp\left\{ -(½) . [(x - \mu) / \sigma]^2 \right\}$$

para $-\infty < x < \infty$

sendo μ, σ a média e o desv

io padrão, respectivamente.

Entrando na Tabela (168.1) da curva normal em função de Z = -0,25 achamos a falha F=0,4013. Então para há 40,13% de haver falhas.

Mas R+F=1

R = 1 – F= 1- 0,4013=0,5987

Portanto, a confiabilidade R do sistema é de 59,87%

Nota sobre a curva normal.

A curva normal foi descoberta em 1720 por Abraham de Moivre. Em 1870 o matemático Belga Adolph Quetelet teve a idéia de usar a curva num histograma ideal para o qual os dados podiam ser comparados.

A curva normal y em função de x tem a forma:

$$Y= 100 \text{ x } e^{-x2} / (2 \text{ x PI})^{0,5}$$

Sendo:
PI= 3,1416...
e=2,71828...

Freedman et al, 1991 mostra que na curva normal temos os três números mais famosos na historia da matemática, que são:

-
- Número PI= 3,1415.......
- Número e-2,71828...
- Raiz quadrada de 2.

Tabe
la 168.1- Áreas da curva normal padrão Φ (z)=P(Z≤z)
Fonte: Tung, 1992

TABLE 5.2.1
Standard normal curve areas (Devore, 1987) $\Phi(z) = P(Z \leq z)$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Tabela 168.2- Continuação: Áreas da curva normal padrão Φ (z)=P(Z≤z) Fonte: Tung, 1992

TABLE 5.2.1 continued

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

168.5 Contribuição dos parâmetros na Fórmula Racional

Vamos calcular a contribuição dos parâmetros C, I, A da Fórmula Racional.

Para cada parâmetro, a contribuição é o quociente do coeficiente de variação ao quadrado, dividido pelo coeficiente de variação do parâmetro da vazão ao quadrado. Cada quociente, por sua vez, é multiplicado pelo coeficiente da fórmula (2) que, no caso são igual a 1.

$(1).\ \Omega^2{}_{C} / \Omega^2{}_{Q} = (1).\ (0{,}07)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}135\ (13{,}5\%)$

$(1).\ \Omega^2{}_{I} / \Omega^2{}_{Q} = (1)\ .\ (0{,}17)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}796\ (79{,}6\%)$

$(1).\ \Omega^2{}_{A} / \Omega^2{}_{Q} = (1).\ (0{,}05)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}0693(6{,}9\%)$

Como pode ser verificado acima, a incerteza da intensidade da chuva contribui com 79,6% das incertezas para o cálculo da vazão. O coeficiente C contribui com 13,5% e a área da bacia com 6,9%, totalizando 100%.

168.6 Contribuição dos parâmetros na Fórmula de Manning para seção plena

Observar que os coeficientes da fórmula (4)

$(1).\ \Omega^2{}_{n} / \Omega^2{}_{Q} = (0{,}05)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}5636(\ 56{,}36\%)$

$(1/4)\ .\ \Omega^2{}_{I} / \Omega^2{}_{Q} = (\ (1/4)\ .(0{,}07)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}2762(\ 27{,}62\%)$

$(64/9)\ .\Omega^2{}_{D} / \Omega^2{}_{Q} = (\ 64/9)\ .\ (0{,}01)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}1602(16{,}02\%)$

O coeficiente que mais causa incerteza na Fórmula de Manning de seção plena é a rugosidade n com 56,36%, seguida da declividade I, com 27,62%, e do diâmetro D, com 16,02%, totalizando 100%.

168.7 **Influência dos parâmetros das Fórmulas Racional e de Manning para Seção Plena**

A formulação é feita assim:

$(1) \cdot \Omega^2_C \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (0{,}07)^2 / \; (0{,}0363+0{,}004435) = 0{,}0049/0{,}040735$
$= 0.1202(\; 12{,}02\%)$
$(\;1) \cdot \Omega^2_I \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) \quad = (0{,}17)^2 \; /0{,}040735 = 0{,}7095 \; (70{,}95\%)$
$(\;1) \cdot \Omega^2_A \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) \quad = (0{,}05)^2 \; / \; 0{,}040735 = 0{,}0614(6{,}14\%)$
$(\;1) \cdot \Omega^2_n \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) \quad = (0{,}05)^2/0{,}040735 = 0{,}0614(6{,}14\%)$
$(\;64/9) \cdot \Omega^2_D \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (64/9).(0{,}01)^2/0{,}0407350 = 0{,}0175(1{,}75\%)$
$(\;1/4) \cdot \Omega^2_I \; / \; (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) \quad = (1/4).(0{,}07)^2/0{,}040735 = 0{,}0300(3{,}00\%)$

Não se deve esquecer de colocar os coeficientes multiplicadores como (64/9) e (1/4).

Observe-se que a maior influência na Fórmula Racional é a intensidade da chuva, que entra no cálculo da bacia e galeria com 70,95% das incertezas, sendo seguida pelo coeficiente C da Formula Racional com 12,02%, pela área da bacia e do coeficiente de rugosidade n, com 6,14%; 3% devidos à declividade da galeria e 1,75% devidos ao diâmetro da galeria, tudo isto totalizando 100%.

Resumidamente teremos:

Tabela 168.1- Resumo dos cálculos efetuados

Parâmetros das fórmulas	Incertezas
Fórmula Racional	
Parâmetro adimensional C	12.02%
Intensidade de chuva I	70,95%
Área da bacia A	6,14%
Subtotal	**89,11%**
Fórmula de Manning seção plena	
	6,14%
Rugosidade de Manning n	
Diâmetro da tubulação D	1,75%
Declividade da galeria I	3,00%
Subtotal	**10,89%**
Total	100,00%

A Fórmula Racional entra com 89,11% das incertezas, enquanto a Fórmula de Manning entra com 10,89%.

168.8 Abastecimento de uma cidade

Seja uma cidade que é abastecida por um reservatório que está a 3000 m de distância, com adutora de ferro fundido dúctil revestida internamente, com 500 mm de diâmetro.

A cota de serviço do reservatório é de 84,30 m. Este reservatório abastece outro reservatório na cidade, que tem cota de 50 m. Vamos admitir que a vazão distribuída na cidade seja de 0,50m^3/s, com erro de 15%, ou seja, com coeficiente de variação Ω_Q= 0,15.

O erro de 15% em uma estimativa de vazão, em uma cidade, não é absurdo, pois, mesmos nos países mais adiantados, o erro mínimo que se obtém numa previsão de vazão é de 5%.

Portanto, é viável um erro de 10 a 15% na demanda de água de uma cidade.

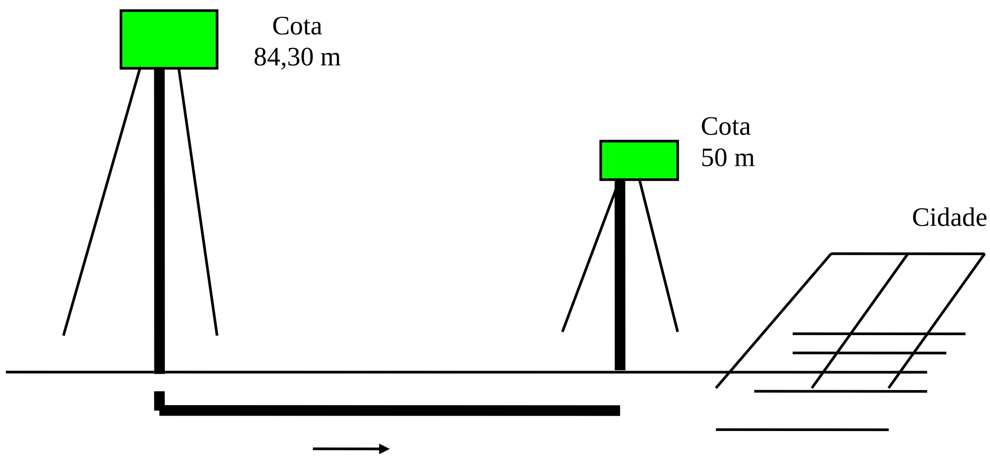


Figura 168.3- Esquema de abastecimento de uma cidade

A rugosidade uniforme equivalente da tubulação K é fornecida em milímetros. Houve uma indecisão do projetista quanto à adoção de K= 0,1mm ou K= 0,2mm.

Esta indefinição em adotar o valor de K acarreta um erro no coeficiente de atrito f (adimensional) de 18%. Para isto, consultamos em uma publicação da CETESB, sobre o emprego da fórmula universal de perda de carga e as limitações das fórmulas empíricas do professor Tufi Mamed Assy, de 1977, nas quais é apresentado o cálculo de f devido a forma de Colebrook-White, com vários valores de K/D e vários números de Reynolds.

A média obtida foi de 18% de erro no valor de f.

Tabela 168.2- Número de Reynolds em função de K/D

Reynolds	Valor K/D=0,003	Valor K/d=0,0002	Erro em f
5.000	0,0396	0,0381	3,93%
10000	0,0338	0,0318	6,29%
50.000	0,0265	0,0229	15,72%
100.000	0,0251	0,0207	21,26%
500.000	0,0238	0,0183	30,05%
1.000.000	0,0235	0,0178	32,02%
			Média = 18%

A cidade exigirá da adutora a demanda prevista e terá o subscrito C de Carga e a adutora, terá o subscrito R de Resistência.

Na cidade o coeficiente de variação Ω_{QC} = 0,15, ou seja, 15% de erro na demanda de água potável.

A vazão necessária para abastecer a cidade é de 0,50m3/s e o reservatório está na cota 50 m, que deverá ser mantida.

Na adutora temos:
Diâmetro= 500mm= 0,50m;
Rugosidade Uniforme Equivalente adotada K= 0,1mm
K/D= 0,1/500= 0,0002
$f= 1/ (1,14- 2\log(D/K))^2$
$f= 1/ (1,14- 2\log(0,0002))^2$
f=0,0137
$A=0,18635m^2$

Para a perda h, temos a fórmula de Darcy Weisbach:

$$h= f . (L/D) . V^2/ 2.g$$

sendo :
h= perda de carga (m)
L= comprimento (m)
D= diâmetro (m)
V= velocidade em m/s;
g= 9,81 m/s^2.
A= área da secção transversal do tubo (m2)

Como Q= A x V, obtemos o valor de Q:

$V=Q/A = Q/ (PI \times D^2/4)$
$V^2= 16Q^2/ (PI^2 \times D^4)$
$h= f . (L/D) . V^2/ 2.g$
$h= f . (L/D) . (1/ 2.g) , 16Q^2/ (PI^2 \times D^4)$
$h= f \times L/D^5 . 8Q^2 / (PI^2 \times g)$
$K2=8 / (PI^2 \times 9,81)$

$$Q= \sqrt{(h . D^5) / (f . L.K2)}$$

$K2=8 / (PI^2 \times 9,81)=8/(3,1416^2 \times 9,81)=0,08263$

$$Q= \sqrt{(h . D^5) / (f . L.K2)}$$

H=84,30-50,0=34,30m
f=0,0137
L=3000m
D=0,50m
K2=0,08263
$Q= [34,30 \times 0,5^5)/ (0,0137 \times 3000 \times 0,08263]^{0,5}$
$Q=0,56m^3/s$
V= 0,56/0,18635=3,00m/s < 3,50m/s OK

Aplicando-se o que já foi mostrado na Análise de Incerteza de Primeira Ordem, teremos como resultado:

$$\Omega_{QR}{}^2= (1/4) . \Omega_f{}^2+ (1/4)\ \Omega_L{}^2 + (1/4)\ \Omega_h{}^2+ (25/4) . \Omega_D{}^2$$

Substituindo:
$\Omega_f = 0,18$
$\Omega_L = 0,001$
$\Omega_h = 0,12$ (estimado quando K= 0,1mm e K= 0,2mm)
$\Omega_D = 0,01$
$\Omega_{QR}{}^2= (1/4) . (0,18)^2 + (1/4) . (0,001)^2 +(1/4) . (0,12)^2 +(25/4) . (0,01)^2$

$\Omega_{QR}{}^2= 0,012$
$\Omega_{QR} = 0,11$, ou seja, há incerteza de 11% no cálculo da vazão Q da resistência, isto é, da adutora de 500 mm.

A variância é fornecida pela fórmula:

$$\sigma_Q = \Omega_Q\ .\ \mu_Q$$

$\sigma_{QR} = 0{,}11 \times 0{,}56 = 0{,}062 m^3/s$
$\mu_{QR} = 0{,}56 m^3/s$

Para a carga, ou seja, para a cidade temos:
$\mu_{QC} = 0{,}50 m^3/s$
$\sigma_{QC} = 0{,}15 \times 0{,}50 = 0{,}075 m^3/s$

Usemos o Método da Margem de Segurança (MS), sendo o índice subscrito R resistência e C a carga

$$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$$

e a equação da variância MS:

$$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C$$

Para o caso que estamos estudando, $\mu_R = 0{,}56$m3/s e $\mu_C = 0{,}5$m3/s

$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C = 0{,}56 – 0{,}50 = 0{,}06$m3/s

$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C = 0{,}062^2 + 0{,}075^2 = 0{,}0095$
$\sigma_{MS} = 0{,}097$m3/s
Conforme Chow et al, 1988 o risco para haver falha será:

$$-\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} = \frac{-0{,}06}{0{,}097} = -0{,}62 = z$$

Na Tabela (168.1) entrando com z=-0,62 achamos F=0,2676
Portanto, a probabilidade para haver falhas é de 26,76%.
A probabilidade para não haver falhas, isto é, a confiabilidade do sistema R=1-F.
R=1-0,2676=0,7324
Portanto, a confiabilidade R é de 73,24%.

168.9 Cálculo da confiança de um canal para conduzir a vazão de 10 m³/s

Consideremos um canal de concreto de seção trapezoidal, sendo fornecida a área molhada A= 8m² e perímetro molhado P= 10 m. O coeficiente de rugosidade de Manning n= 0,017 está sujeito à incerteza de 20% e a declividade I= 0,0016 m/m à incerteza de 30%.

O raio hidráulico R_H= área molhada/perímetro molhado

$$R_H = A/P = 8/10 = 0{,}8 \text{ m}$$

A Fórmula de Manning para um canal aberto nas unidades S.I. é:

$$Q = n^{-1} \,.\, A \,.\, R_H^{2/3} \,.\, I^{1/2}$$

onde:

Q= vazão em m^3/s;
n= coeficiente de rugosidade de Manning (adimensional);
A= área molhada;
R_H= raio hidráulico em metros;
I= declividade em metro/metro.

A vazão média de capacidade do canal é:

$$\mu_Q \cong (1/0{,}017) \,.\, 8 \,.\, 0{,}8^{2/3} \,.\, 0{,}0016^{1/2} = 16{,}22 \text{ m}^3/\text{s}$$

Aplicando-se na equação de Manning para canais abertos, o Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem, facilmente encontraremos:

$$\Omega^2_Q = \Omega_n^2 + (1/2)^2 .\, \Omega_I^2 = \Omega_n^2 + 0{,}25 .\, \Omega_I^2 = (0{,}2)^2 + (0{,}25).\,(0{,}30)^2$$

$$\Omega^2_Q = 0{,}0635$$

$\Omega_Q = 0{,}25$, ou seja, a incerteza na média da vazão é de 25%.

Vamos calcular o desvio padrão da capacidade do canal de conduzir a água:

$$\sigma_Q = \Omega_Q \,.\, \mu_Q = 0{,}25 \,.\, 16{,}22 = 4{,}06 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para obtenção da performance de uma variável qualquer W, deve-se realizar a seguinte operação:

$$\frac{\mu_w - W}{\sigma_w}$$

em que μ_w e σ_w são a média e o desvio padrão desta variável.
Para o presente caso:

$\mu_w = 16{,}22 \text{ m}^3/\text{s}$

σ_w = 4,06 m^3/s
W = 10,00 m^3/s
Portanto, temos:

$$- \frac{16,22 - 10,00}{4,06}$$

Como se pretende determinar a confiança para o canal transportar 10 m^3/s, substituindo acima obteremos:

$$\frac{-6,22}{4,06} = -1,53 = z$$

Entrando na tabela da curva normal com z=-1,53, encontramos F=0,063, ou seja, há probabilidade de 6,3% de que o canal não consiga transportar 10 m^3/s, e há R=1-F=1-0,063=0,937 ou seja 93,7% de probabilidade de que o canal possa transportar 10 m^3/s, sem problemas.

168.11 Bibliografia e livros consultados

-CHOW, VEN TE et al, 1988, *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill.
-ELSAYED A. ELSAYED, 1996, *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman;
-ESLAMIAN, SAEID; *Handbook of engineering hydrology*, ano 2014, 617 páginas, Editora CRC Press.
-FREEDMAN, DAVID et al. *Statitiscs*. 3a ed. Norton, New York, 1998, 578pá4ginas.
-HOFFMANN, RODOLFO e, VIEIRA, SÔNIA 1983, *Análise de Regressão-Uma Introdução à Econometria*, Editora Hicitec-SP.
-K.C. KAPUR e L.R. LAMBERSON, 1977, *Reliabity in Engineering Design*, John Wiley & Sons;
-MAYS, LARRY W. e TUNG ,YEOU-KOUNG, *Hydrosystems Engineering & Management*,1992, McGraw-Hill;
-TUNG, YEOU-KOUNG, YEN BEN-CHIE E MELCHING, CHARLES STEVEN. *Hydrosystems engineering reliability Assessment and Risk Analysis*, Editora McGraw-Hill, ano 2006, ISBN 0-07-14518-7, 495 páginas.
-TUNG, YEOU-KOUNG, YEN BEN-CHIE E MELCHING. *Hydrosystems engineering umcertainly Assessment and Risk Analysis*, Editora McGraw-Hill, ano 2005, ISBN 0-07-145159-5, 273 páginas.

Apêndice A

1. **Fórmula de Hazen-Willians**

$$Q=0{,}27842\ C \times D^{2{,}63}\ J^{0{,}54}$$

Sendo:

Q= vazão (m^3/s)

D= diâmetro (m)
C= coeficiente de Hazen-Willians
J= perda de carga unitária (m/m)

Fazendo as simplificações, teremos:
$\Omega^2_{Q} = \Omega^2_c + (2{,}63)^2\Omega^2_D + (0{,}54)^2\Omega^2_J$
$\Omega^2_{Q} = 0{,}01^2 + (2{,}63)^2\ (0{,}025)^2 + (0{,}54)^2 0{,}0514^2 = 0{,}005193$

$\Omega_Q = \sqrt{0{,}006193} = 0{,}072$
Portanto, o coeficiente de variação de Q é 0,072

Previsão de consumo

A previsão de consumo tem erro de no mínimo 15% (0,15). Como exemplo para a carga, ou seja, de $0{,}50 m^3/s$ para a cidade temos:

$\mu_{QC} = 0{,}50 m^3/s$
Variância $\sigma_{QC} = 0{,}15 \times 0{,}50 = 0{,}075 m^3/s$
CV=0,15

2. Curva da intensidade-duração e frequencia

$$I= a\ T^{m/}\ (b+ t^c)$$

Variável	Media μ	Coeficiente de variação Ω	Distribuição
a	120	0,10	Normal
b	27	0,10	Normal
c	1,00	0,05	Normal
m	0,175	0,08	Normal

Fonte: Tung e Yen, 2006

3. Tempo de concentração Kirpich

$$tc = c1\ (L/S^{0,5})^{c2}$$

Variável	Media μ	Coeficiente de variação Ω	Distribuição
C1	0,00778	0,30	Normal
C2	0,77	0,20	Normal

Fonte: Tung e Yen, 2006

4. Método Racional que é a carga e formula de Manning que é a Resistencia.

$$Q_L = CIA$$

$$Q_C = 0,463\ n^{-1}\ S^{0,5}\ D^{8/3}$$

Variável	Media μ	Desvio padrao	Distribuição
C	0,825	0,057575	Normal
I (in/h)	4,00	0,6	Gumbel
A (acres)	10,00	0,5	Normal
n	0,015	0,00083	Lognormal
D(ft)	3,00	0,03	Normal
S (ft/ft)	0,005	0,00082	Lognormal

Fonte: Tung e Yen, 2006

3. Erros em porcentagem das medias das chuvas em determinadas áreas com certo número N de estações.

David Stephenson in Saeid Eslamian, 2014- Handbook of Engineering Hydrology apresentou:

$$E = (7,7\ A^{0,3}) / n^{0,48}$$

Sendo:

E= erro em porcentagem nas precipitações (%)

A= área da bacia (Km^2)

N= número de estações na bacia

Exemplo: Guarulhos

A= 340 Km N=2

$$E= (7,7 \text{ x}340^{\,0,3})/ 2^{\,0,48}$$

$$E= 18\%$$

Região Metropolitana de São Paulo

A= 7946 Km^2

N=32

$$E= (7,7 \text{ x}7946^{\,0,3})/ 32^{\,0,48}$$

$$E= 9\%$$

Stephenson apresentou maneira de se achar erros em vertedores. O objetivo é se usar a largura adequada para se ter menos erros.

A formula usual de um vertedor é

$$Q= K\, w.\, y^{3/2}$$

Sendo:

Q= vazão em m^3/s que passa pelo vertedor

K= coeficiente do vertedor. Para São Paulo usamos K= 1,55

W= largura do vertedor (m)

Y= altura da agua no vertedor (m)

$$Q= K\, w.\, y^{3/2}$$

Adotando K=2

$$Q= 2\, w.\, y^{3/2}$$

Tirando-se o valor de y teremos:

$Y= (Q/2w)^{2/3}$

Derivando Q em relação a y teremos:

$dQ/dy= 2w(3/2)\, y^{(3/2-1)} = 3wy^{½}$

substituindo o valor de y teremos:

$dQ/dy= 3w(Q/2w)^{(1/3)}$

$dQ/dy= 3.w^{2/3} (Q/2) (1/3$

Isolando w teremos:

$W= [dQ/ (3dy\, Q^{1/3} /2^{1/3}]^{3/2}$

Mas:

dQ= 0,1 m^3/s que é a precisão que queremos

dy =0,01m que é a precisão que temos na medida da largura do vertedor

Q= 1 m^3/s

$W= [dQ/ (3dy\, Q^{1/3} /2^{1/3}]^{3/2}$

$W= [0,1/ (3.0,01 . 1 _1{}^{/3} /2 ^{1/3}] ^{3/2}$
W= 8,6m

Portanto, para medirmos 1 m^3/s com precisão de 0,1 m3/s precisamos de um vertedor com largura mínima de 8,6m

$$Y= (Q/2w) ^{2/3}$$
$$Y= (1/(2.8,6)) ^{2/3}$$
$$Y=0,15m$$