Análise de Incerteza

Sumário

Capitulo 5- Análise de incerteza
5.1 Introdução

Pretendemos explicar, de uma maneira bastante prática, a utilidade da Análise de Incerteza. Serão evitadas as demonstrações trabalhosas e detalhadas, que poderão ser encontradas nos livros de Mays e Tung,1992, Lamberson e Kapur, 1977, Elsayed, 1996 e Chow ,1988.

É importante, sempre que se fizer a aplicação de uma fórmula, que seja avaliado o erro nela cometido, pois, as variáveis que introduzimos contêm erros. Neste sentido, basta substituir os valores e fazer várias simulações. Em análise de redes de água, costuma-se variar os coeficientes para verificar a sensibilidade da mesma face às mudanças. Uma maneira mais correta de se verificar a Análise de Incerteza em fórmulas é aplicando a Fórmula de Taylor. Desta aplicação resultou o chamado *Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

Na Hidrologia, Hidráulica e Estruturas é importante a Análise de Incerteza. As variáveis dependentes de uma fórmula, normalmente, apresentam incertezas que por sua vez, se refletem na variável independente. Vamos procurar mostrar, através de exemplos, o uso desta ferramenta indispensável aos engenheiros para avaliação correta de seus cálculos.

A Análise de Incerteza é conhecida também como *Método Delta ou Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

5.2 Fórmula Racional

Como exemplo, mostraremos a Fórmula Racional:

$$Q = C \cdot I \cdot A \qquad (1)$$

Onde:
Q= vazão em litros por segundo;
C= coeficiente adimensional relativo à impermeabilização do solo;
I= intensidade de chuva em litros/segundo x hectare;
A= área em hectares.

As incertezas na fórmula (1) referente ao coeficiente C, à intensidade de chuva e à área de drenagem, fornecerão uma incerteza ao valor da vazão Q.

Os dados do problema são:

O valor adotado do coeficiente C da fórmula racional é C=0,82 e o erro estimado em sua avaliação é de 7% ou seja o coeficiente de variação de C é Ω_C =0,07.

Quanto a intensidade adotada é de 300 l/s x hectare, sendo que a estimativa de erro na avaliação da Intensidade I é de 17% ou seja o coeficiente de variação de I é Ω_I =0,17.
A área A de captação é 7,5 hectares e o erro de estimativa cometido é de 5% ou seja o coeficiente de variação de A é Ω_A=0,05.

Substituindo os valores na formula racional temos:
Q = C . I . A = 0,82 . 300 . 7,5 = 1.845 litros/segundo

Queremos achar a incerteza final Ω_Q na fórmula racional, considerando as incertezas nas variáveis C , I e A.

$$\Omega^2_{Q}= (\delta Q/\delta C)^2 . (\underline{C} /\underline{Q})^2 . \Omega^2_c + (\delta Q/ \delta I)^2 . (\underline{I}/\underline{Q})^2\ \Omega^2_I + (\delta Q/ \delta A)^2 . (\underline{A}/\underline{Q})^2\ \Omega^2_A$$

onde:
<u>C, I, A</u> = são os valores das variáveis independentes;

$\delta Q/ \delta C$ = derivada da fórmula(1) em relação a C;
$\delta Q/ \delta I$ = derivada da fórmula(1) em relação a I;
$\delta Q/ \delta A$ = derivada da fórmula(1) em relação a A.
Substituindo teremos:

$$\Omega^2_{Q}= (\underline{I}. \underline{A})^2 . (\underline{C} / \underline{C}. \underline{I}. \underline{A})^2 . \Omega^2_c + (\underline{C}. \underline{A})^2 . (\underline{I}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A})^2\ \Omega^2_I + (\underline{C} . \underline{I})^2 . (\underline{A}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A}.)^2\ \Omega^2_A$$

Fazendo as simplificações, teremos:

$$\Omega^2_{Q}= \Omega^2_c + \Omega^2_I + \Omega^2_A \qquad (2)$$

Substituindo os valores:

$$\Omega^2_Q = (0,07)^2 + (0,17)^2 + (0,05)^2 =0,0363$$

$$\Omega_Q = \sqrt{0,0363} =0,19052, \text{ ou seja, } 0,19$$

Portanto, para a vazão de 1.845 l/s temos uma incerteza de 0,19, ou seja, de 19%.

É importante observar que as variáveis C, I e A são independentes uma das outras.

O *coeficiente de variação* da vazão na Fórmula Racional (1) é:

$$\Omega_Q = \sigma_Q / \mu_Q$$

Então, o *desvio padrão* será:

$$\sigma_Q = \Omega_Q \; . \; \mu_Q$$

$$\sigma_Q = 0{,}19 \; . \; 1.845 = 350{,}55 \text{ l/s} = 0{,}355 \text{ m}^3/\text{s}$$

5.3 Fórmula de Manning para seção plena

Vamos usar a Fórmula de Manning para seção plena nas unidades do sistema internacional (S.I.).

$$Q = 0{,}312 \; . \; n^{-1} \; . \; D^{8/3} \; . \; I^{1/2} \quad (3)$$

sendo:

Q = vazão em metro cúbico por segundo (m^3/s);
n = coeficiente de rugosidade de Manning (adimensional);
D = diâmetro da tubulação em metros (m);
I = declividade da tubulação em metro por metro (m/m).

Queremos a incerteza da vazão Q na fórmula (2). As variáveis dependentes n, D e I possuem incertezas.

A rugosidade de Manning n = 0,015 com incerteza de 5%, ou seja, $\Omega_n = 0{,}05$.
A declividade I= 0,001 m/m com incerteza de 7%, ou seja, $\Omega_I = 0{,}07$.
Consideremos que o diâmetro seja de D=1,50m com incerteza de 1%, ou seja, com coeficiente de variação $\Omega_D = 0{,}01$.
Vamos calcular a vazão Q usando os dados fornecidos:

$$Q = 0{,}312 \; . \; \underline{n}^{-1} \; . \; \underline{D}^{8/3} \; . \; \underline{I}^{1/2} = 0{,}312 \; . \; 0{,}015^{-1} \; . \; 1{,}5^{8/3} . \; 0{,}001^{1/2}$$

$$Q = 1{,}938 \text{ m}^3/\text{s} = 1.938 \text{ l/s}$$

Queremos calcular a incerteza no cálculo da vazão da fórmula de Manning (2) para seção plena.

$$\Omega^2_{Q} = (\delta Q/\delta n)^2 \; . \; (\underline{n}/\underline{Q})^2 \; . \; \Omega^2_n + (\delta Q/\; \delta D)^2 \; . \; (\underline{D}/\underline{Q})^2 \; \Omega^2_D + (\delta Q/\; \delta I)^2 \; . \; (\underline{I}/\underline{Q})^2 \; \Omega^2_I$$

onde:
n, D, I = são os valores das variáveis independentes;
$\delta Q/\delta n$= derivada da fórmula(2) em relação a n;
$\delta Q/\delta I$ = derivada da fórmula(2) em relação a I;
$\delta Q/\delta D$ = derivada da fórmula(2) em relação a D.
$\Omega^2_{Q}=$ $(-0{,}312 \,.\, n^{-1-1} \,.\, D^{8/3} \,.\, I^{1/2})^2 \,.\, (n / Q)^2 \,.\Omega_n^{\,2} + (0{,}312 \,.\, n^{-1} \,.\, (8/3).$
$D^{8/3-1} \,.\, I^{1/2})^2 . (D/Q)^2 \,.\, \Omega_D^{\,2} + \; (0{,}312 \,.\, n^{-1} \,.\, D^{8/3} \,.\, (1/2) \,.I^{1/2-1})^2 \,.\, (I/Q)^2 \,.\, \Omega_I^{\,2}$

Substituindo o valor de $Q= 0{,}312 \,.\, n^{-1} \,.\, D^{8/3} \,.\, I^{1/2}$
e fazendo as simplificações:
$\Omega^2_Q = \Omega_n^{\,2} + (8/3)^2 . \Omega_D^{\,2} + (1/2)^2 . \Omega_I^{\,2}$

$\Omega^2_Q = \Omega_n^{\,2} + (64/9) . \Omega_D^{\,2} + (1/4) . \Omega_I^{\,2}$ (4)

Como temos os coeficientes de variação de n , D e I, fazendo as substituições na fórmula (4), temos:

$\Omega^2_Q = (0{,}05)^2 + (64/9) \,.\, (0{,}01)^2 + (1/4) \,.\, (0{,}07)^2$

$\Omega^2_Q = 0{,}0025 + 0{,}00071 + 0{,}001225 = 0{,}004435$

$\Omega_Q = \sqrt{0{,}004435} = 0{,}066595$, ou seja, $\Omega_Q = 0{,}0670$

Assim, a incerteza nas variáveis independentes n , D e I acarretam, na variável dependente Q, a incerteza de 6,7%, ou seja, coeficiente de variação de $\Omega^2_Q = 0{,}067$.

O desvio padrão é dado pela fórmula abaixo,

$\sigma_Q = \Omega_Q \,.\, \mu_Q$

substituindo os valores:
$\sigma_Q = 0{,}067 \,.\, 1938 = 129{,}85$ l/s $= 0{,}12985$ m^3/s

5.4 Método da Margem de Segurança

Vamos supor, que queremos calcular o grau de incerteza de uma galeria de 1,50m de diâmetro, que esgotará as águas de chuvas, de uma bacia com 7,5 hectares, com C=0,82 e intensidade de chuva de 300 l/s x hectare conforme Figura (5.1).

Façamos o seguinte esquema:

μ_C= 1.845 l/s (média da carga)

σ_C = 350,55 l/s (desvio padrão da carga)

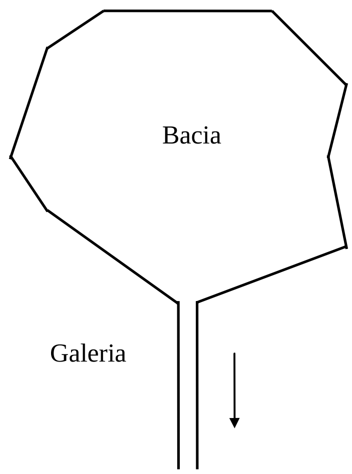

Figura 5.1- Esquema da galeria e da bacia

μ_R= 1938 l/s (média da resistência)

σ_R = 129,85 l/s (desvio padrão da resistência)

Usemos o Método da Margem de Segurança (MS):

$$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$$

sendo o índice subscrito R resistência e C a carga

e a equação da variança MS:

$$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C$$

Na Figura (5.2) podemos ver um esquema da Resistência e da Carga (*loading*).

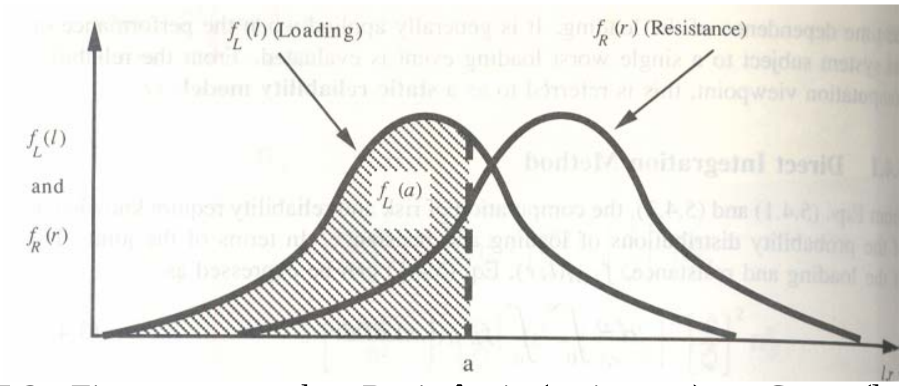

Figura 5.2- Figura mostrando a Resistência (resistance) e a Carga (looading)
Fonte: Tung, 1992

Para o caso que estamos estudando μ_R= 1.938 e μ_C= 1.845

$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$ = 1.938 - 1.845 = 93 l/s

$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C = (129,85)^2 + 350,55)^2 = 139746,32$
σ_{MS} = 373,83 l/s

Conforme Chow et al, 1988 para termos o risco R devemos ter:

$$-\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} = \frac{-93}{378,83} = -0,25 = Z$$

Devemos entrar agora na tabela da Curva de Gauss, conhecida também como Curva Normal em função de $Z = (x - \mu) / \sigma$. Observe-se que $-\mu_{MS} / \sigma_{MS}$ é semelhante à apresentação de Z.

A função da distribuição normal é bastante conhecida e tabelada. Na prática é tabelada, em função de Z, a seguinte função:

$$f(x)= 1/\sqrt{(2 .\ pi .\ \sigma)} \quad .\ \exp\left\{ -(\tfrac{1}{2}) .\ [(x - \mu) / \sigma]^2 \right\}$$

para $- \infty < x < \infty$
sendo μ, σ a média e o desvio padrão, respectivamente.

Entrando na Tabela (5.1) da curva normal em função de Z = -0,25 achamos o risco R=0,4013. Então para há 40,13% de haver falhas.

A probabilidade P para não haver falhas é:

P = 1 – R= 1- 0,4013=0,5987

Portanto, a confiabilidade do sistema é de 59,87%

Nota sobre a curva normal.

A curva normal foi descoberta em 1720 por Abraham de Moivre. Em 1870 o matemático Belga Adolph Quetelet teve a idéia de usar a curva num histograma ideal para o qual os dados podiam ser comparados.

A curva normal y em função de x tem a forma:

$$Y= 100 \text{ x } e^{-x2} / (2 \text{ x } PI)^{0,5}$$

Sendo:
PI= 3,1416...
e=2,71828...

Freedman et al, 1991 mostra que na curva normal temos os três números mais famosos na historia da matemática, que são:

- Número PI= 3,1415.......
- Número e-2,71828...
- Raiz quadrada de 2.

Tabela 5.1- Áreas da curva normal padrão Φ (z)=P(Z≤z)
Fonte: Tung, 1992

TABLE 5.2.1
Standard normal curve areas (Devore, 1987) $\Phi(z) = P(Z \leq z)$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Tabela 5.2- Áreas da curva normal padrão Φ (z)=P(Z≤z)
Fonte: Tung, 1992

TABLE 5.2.1 continued

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

5.5 Contribuição dos parâmetros na Fórmula Racional

Vamos calcular a contribuição dos parâmetros C, I, A da Fórmula Racional.

Para cada parâmetro, a contribuição é o quociente do coeficiente de variação ao quadrado, dividido pelo coeficiente de variação do parâmetro da vazão ao quadrado. Cada quociente, por sua vez, é multiplicado pelo coeficiente da fórmula (2) que, no caso são igual a 1.

$(1).\ \Omega^2{}_{C} / \Omega^2{}_{Q} = (1).\ (0{,}07)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}135\ (13{,}5\%)$

$(1).\ \Omega^2{}_{I} / \Omega^2{}_{Q} = (1)\ .\ (0{,}17)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}796\ (79{,}6\%)$
$(1).\ \Omega^2{}_{A} / \Omega^2{}_{Q} = (1).\ (0{,}05)^2 / (0{,}19052)^2 = 0{,}0693(6{,}9\%)$

Como pode ser verificado acima, a incerteza da intensidade da chuva contribui com 79,6% das incertezas para o cálculo da vazão. O coeficiente C contribui com 13,5% e a área da bacia com 6,9%, totalizando 100%.

5.6 Contribuição dos parâmetros na Fórmula de Manning para seção plena

Observar que os coeficientes da fórmula (4)

$(1).\ \Omega^2{}_{n} / \Omega^2{}_{Q} = (0{,}05)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}5636(\ 56{,}36\%)$
$(1/4)\ .\ \Omega^2{}_{I} / \Omega^2{}_{Q} = (\ (1/4)\ .(0{,}07)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}2762(\ 27{,}62\%)$
$(64/9)\ .\Omega^2{}_{D} / \Omega^2{}_{Q} = (\ 64/9)\ .\ (0{,}01)^2 / (0{,}066595)^2 = 0{,}1602(16{,}02\%)$

O coeficiente que mais causa incerteza na Fórmula de Manning de seção plena é a rugosidade n com 56,36%, seguida da declividade I, com 27,62%, e do diâmetro D, com 16,02%, totalizando 100%.

5.7 **Influência dos parâmetros das Fórmulas Racional e de Manning para Seção Plena**

A formulação é feita assim:

$(1) \cdot \Omega^2_C \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (0{,}07)^2/ (0{,}0363+0{,}004435) = 0{,}0049/0{,}040735$
$= 0.1202(12{,}02\%)$
$(1) \cdot \Omega^2_I \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (0{,}17)^2 /0{,}040735= 0{,}7095\ (70{,}95\%)$
$(1) \cdot \Omega^2_A \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (0{,}05)^2 / 0{,}040735= 0{,}0614(6{,}14\%)$
$(1) \cdot \Omega^2_n \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (0{,}05)^2/0{,}040735= 0{,}0614(6{,}14\%)$
$(64/9) \cdot \Omega^2_D \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (64/9).(0{,}01)^2/0{,}0407350= 0{,}0175(1{,}75\%)$
$(1/4) \cdot \Omega^2_I \ / (\Omega^2_{QC} + \Omega^2_{QR}) = (1/4).(0{,}07)^2/0{,}040735= 0{,}0300(3{,}00\%)$

Não se deve esquecer de colocar os coeficientes multiplicadores como (64/9) e (1/4).
Observe-se que a maior influência na Fórmula Racional é a intensidade da chuva, que entra no cálculo da bacia e galeria com 70,95% das incertezas, sendo seguida pelo coeficiente C da Formula Racional com 12,02%, pela área da bacia e do coeficiente de rugosidade n, com 6,14%; 3% devidos à declividade da galeria e 1,75% devidos ao diâmetro da galeria, tudo isto totalizando 100%.

Resumidamente teremos:

Tabela 5.1- Resumo dos cálculos efetuados

Parâmetros das fórmulas	Incertezas
Fórmula Racional	
Parâmetro adimensional C	12.02%
Intensidade de chuva I	70,95%
Área da bacia A	6,14%
Subtotal	**89,11%**
Fórmula de Manning seção plena	
Rugosidade de Manning n	6,14%
Diâmetro da tubulação D	1,75%
Declividade da galeria I	3,00%
Subtotal	**10,89%**
Total	100,00%

A Fórmula Racional entra com 89,11% das incertezas, enquanto a Fórmula de Manning entra com 10,89%.

5.8 Abastecimento de uma cidade

A cidade é abastecida por um reservatório que está a 3000 m de distância, com adutora de ferro fundido dúctil revestida internamente, com 500 mm de diâmetro.

A cota de serviço do reservatório é de 84,30 m. Este reservatório abastece outro reservatório na cidade, que tem cota de 50 m. Vamos admitir que a vazão distribuída na cidade seja de 0,50m^3/s, com erro de 15%, ou seja, com coeficiente de variação Ω_Q= 0,15.

O erro de 15% em uma estimativa de vazão, em uma cidade, não é absurdo, pois, mesmos nos países mais adiantados, o erro mínimo que se obtém numa previsão de vazão é de 5%.

Portanto, é viável um erro de 10 a 15% na demanda de água de uma cidade.

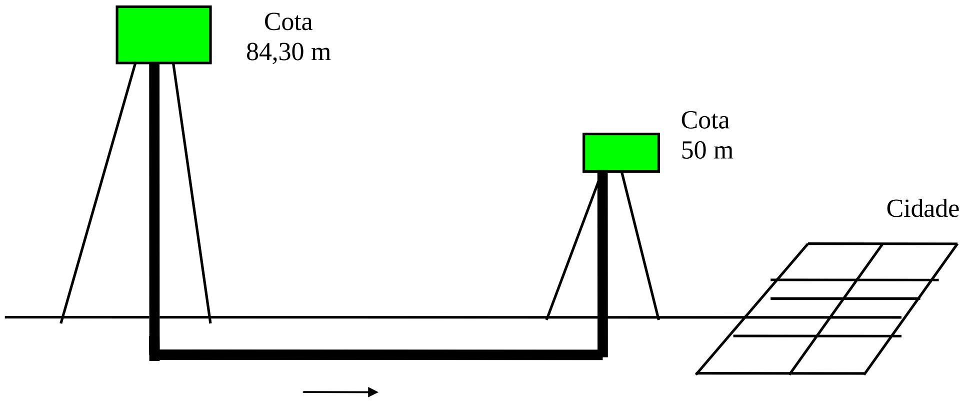

Figura 5.3- Esquema de abastecimento de uma cidade

A rugosidade uniforme equivalente da tubulação K é fornecida em milímetros. Houve uma indecisão do projetista quanto à adoção de K= 0,1mm ou K= 0,2mm.

Esta indefinição em adotar o valor de K acarreta um erro no coeficiente de atrito f (adimensional) de 18%. Para isto, consultamos em uma publicação da CETESB, sobre o emprego da fórmula universal de perda de carga e as limitações das fórmulas empíricas do professor Tufi Mamed Assy, de 1977, nas quais é apresentado o cálculo de f devido a forma de Colebrook-White, com vários valores de K/D e vários números de Reynolds.

A média obtida foi de 18% de erro no valor de f.

Tabela 5.2- Número de Reynolds em função de K/D

Reynolds	Valor K/D=0,003	Valor K/d=0,0002	Erro em f
5.000	0,0396	0,0381	3,93%
10000	0,0338	0,0318	6,29%
50.000	0,0265	0,0229	15,72%
100.000	0,0251	0,0207	21,26%
500.000	0,0238	0,0183	30,05%
1.000.000	0,0235	0,0178	32,02%
			Média = 18%

A cidade exigirá da adutora a demanda prevista e terá o subscrito C de Carga e a adutora, terá o subscrito R de Resistência.

Na cidade o coeficiente de variação Ω_{QC} = 0,15, ou seja, 15% de erro na demanda de água potável.

A vazão necessária para abastecer a cidade é de 0,50m3/s e o reservatório está na cota 50 m, que deverá ser mantida.

Na adutora temos:
Diâmetro= 500mm= 0,50m;
Rugosidade Uniforme Equivalente adotada K= 0,1mm
K/D= 0,1/500= 0,0002
$f= 1/ (1,14- 2\log(D/K))^2$
$f= 1/ (1,14- 2\log(0,0002))^2$
f=0,0137
$A=0,18635m^2$
Para a perda h, temos a fórmula de Darcy Weisbach:

$$h= f . (L/D) . V^2/ 2.g$$

sendo :
h= perda de carga (m)
L= comprimento (m)
D= diâmetro (m)
V= velocidade em m/s;
g= 9,81 m/s^2.
A= área da secção transversal do tubo (m2)

Como Q= A x V, obtemos o valor de Q:
$V=Q/A = Q/ (PI \times D^2/4)$

$V^2= 16Q^2/ (PI^2 \times D^4)$
$h= f . (L/D) . V^2/ 2.g$
$h= f . (L/D) . (1/ 2.g) , 16Q^2/ (PI^2 \times D^4)$
$h= f \times L/D^5 . 8Q^2 / (PI^2 \times g)$
$K2=8 / (PI^2 \times 9,81)$

$$Q= \sqrt{(h . D^5) / (f . L.K2)}$$

$K2=8 / (PI^2 \times 9,81)=8/(3,1416^2 \times 9,81)=0,08263$

$$Q= \sqrt{(h . D^5) / (f . L.K2)}$$

H=84,30-50,0=34,30m
f=0,0137
L=3000m
D=0,50m
K2=0,08263
$Q= [34,30 \times 0,5^5)/ (0,0137 \times 3000 \times 0,08263]^{0,5}$
$Q=0,56m^3/s$
V= 0,56/0,18635=3,00m/s < 3,50m/s OK
Aplicando-se o que já foi mostrado na Análise de Incerteza de Primeira Ordem, teremos como resultado:

$$\Omega_{QR}{}^2= (1/4) . \Omega_f{}^2+ (1/4) \ \Omega_L{}^2 + (1/4) \ \Omega_h{}^2+ (25/4) . \Omega_D{}^2$$

Substituindo:
$\Omega_f = 0,18$
$\Omega_L = 0,001$
$\Omega_h = 0,12$ (estimado quando K= 0,1mm e K= 0,2mm)
$\Omega_D = 0,01$
$\Omega_{QR}{}^2= (1/4) . (0,18)^2 + (1/4) . (0,001)^2 +(1/4) . (0,12)^2 +(25/4) . (0,01)^2$

$\Omega_{QR}{}^2= 0,012$
$\Omega_{QR} = 0,11$, ou seja, há incerteza de 11% no cálculo da vazão Q da resistência, isto é, da adutora de 500 mm.

A variância é fornecida pela fórmula:

$$\sigma_Q = \Omega_Q \ . \ \mu_Q$$

σ_{QR} = 0,11 x 0,56 = 0,062m3/s
μ_{QR} = 0,56m3/s

Para a carga, ou seja, para a cidade temos:
μ_{QC} = 0,50m3/s
σ_{QC} = 0,15 x 0,50 = 0,075m3/s

Usemos o Método da Margem de Segurança (MS), sendo o índice subscrito R resistência e C a carga

$$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$$

e a equação da variança MS:

$$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C$$

Para o caso que estamos estudando, μ_R= 0,56m3/s e μ_C= 0,5m3/s

$\mu_{MS} = \mu_R - \mu_C$ = 0,56 – 0,50 = 0,06m3/s

$\sigma^2_{MS} = \sigma^2_R + \sigma^2_C = 0{,}062^2 + 0{,}075^2 = 0{,}0095$
σ_{MS} = 0,097m3/s
Conforme Chow et al, 1988 o risco para haver falha será:

$$-\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} = \frac{-0{,}06}{0{,}097} = -0{,}62 = z$$

Na Tabela (5.1) entrando com z=-0,62 achamos R=0,2676
Portanto, a probabilidade para haver falhas é de 26,76%.
A probabilidade para não haver falhas, isto é, a confiabilidade do sistema P=1-R.
P=1-0,2676=0,7324
Portanto, a confiabilidade é de 73,24%.

5.9 Cálculo da confiança de um canal para conduzir a vazão de 10 m^3/s

Consideremos um canal de concreto de seção trapezoidal, sendo fornecida a área molhada A= $8m^2$ e perímetro molhado P= 10 m. O coeficiente de rugosidade de Manning n= 0,017 está sujeito à incerteza de 20% e a declividade I= 0,0016 m/m à incerteza de 30%.

O raio hidráulico R_H= área molhada/perímetro molhado

$$R_H = A/P = 8/10 = 0,8 \text{ m}$$

A Fórmula de Manning para um canal aberto nas unidades S.I. é:

$$Q = n^{-1} . A . R_H^{2/3} . I^{1/2}$$

onde:

Q= vazão em m^3/s;
n= coeficiente de rugosidade de Manning (adimensional);
A= área molhada;
R_H= raio hidráulico em metros;
I= declividade em metro/metro.

A vazão média de capacidade do canal é:

$$\mu_Q \cong (1/0,017) . 8 . 0,8^{2/3} . 0,0016^{1/2} = 16,22 \text{ m}^3/\text{s}$$

Aplicando-se na equação de Manning para canais abertos, o Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem, facilmente encontraremos:

$$\Omega^2_Q = \Omega_n^2 + (1/2)^2 . \Omega_I^2 = \Omega_n^2 + 0,25 . \Omega_I^2 = (0,2)^2 + (0,25) . (0,30)^2$$

$$\Omega^2_Q = 0,0635$$

Ω_Q = 0,25, ou seja, a incerteza na média da vazão é de 25%.

Vamos calcular o desvio padrão da capacidade do canal de conduzir a água:

$$\sigma_Q = \Omega_Q . \mu_Q = 0,25 . 16,22 = 4,06 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para obtenção da performance de uma variável qualquer W, deve-se realizar a seguinte operação:

$$\frac{\mu_w - W}{\sigma_w}$$

em que μ_w e σ_w são a média e o desvio padrão desta variável.
Para o presente caso:
μ_w = 16,22 m^3/s
σ_w = 4,06 m^3/s
W = 10,00 m^3/s
Portanto, temos:

$$- \frac{16{,}22 - 10{,}00}{4{,}06}$$

Como se pretende determinar a confiança para o canal transportar 10 m^3/s, substituindo acima obteremos:

$$\frac{-6{,}22}{4{,}06} = -1{,}53 = z$$

Entrando na tabela da curva normal com z=-1,53, encontramos R=0,063, ou seja, há probabilidade de 6,3% de que o canal não consiga transportar 10 m^3/s, e há P=1-R=1-0,063=0,937 ou seja 93,7% de probabilidade de que o canal possa transportar 10 m^3/s, sem problemas.

5.10 Bibliografia

-CHOW, VEN TE et al, 1988, *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill.
-ELSAYED A. ELSAYED, 1996, *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman;
-FREEDMAN, DAVID et al. *Statitiscs*. 3a ed. Norton, New York, 1998, 578páginas.
-HOFFMANN, RODOLFO e, VIEIRA, SÔNIA 1983, *Análise de Regressão-Uma Introdução à Econometria,* Editora Hicitec-SP.
-K.C. KAPUR e L.R. LAMBERSON, 1977, *Reliabity in Engineering Design*, John Wiley & Sons;
-MAYS, LARRY W. e TUNG ,YEOU-KOUNG, *Hydrosystems Engineering & Management*,1992, McGraw-Hill;

Apendice A

Fórmula de Hazen-Willians

$$Q=0,27842\ C \times D^{2,63}\ J^{0,54}$$

Sendo:
Q= vazão (m^3/s)
D= diâmetro (m)
C= coeficiente de Hazen-Willians
J= perda de carga unitária (m/m)

Fazendo as simplificações, teremos:

$\Omega^2_{Q} = \Omega^2_{c} + (2,63)^2\Omega^2_{D} + (0,54)^2\Omega^2_{J}$

$\Omega^2_{Q} = 0,01^2 + (2,63)^2\,(0,025)^2 + (0,54)^2 0,0514^2 = 0,005193$

$\Omega_Q = \sqrt{0,006193} = 0,072$

Portanto, o coeficiente de variação de Q é 0,072

Previsão de consumo

A previsão de consumo tem erro de no mínimo 15% (0,15). Como exemplo para a carga, ou seja, de $0,50m^3/s$ para a cidade temos:

$\mu_{QC} = 0,50m^3/s$

Variância $\sigma_{QC} = 0,15 \times 0,50 = 0,075m^3/s$

CV=0,15