

# Capítulo 199

## Curvas em canais

## Capítulo 199- Curvas em canais

### 199.1 Introdução

Iremos tratar da sobrelevação do nível da água em canais em curvas.

Trataremos de canais simples e não os compostos conforme se pode ver na Figura (199.1).

Quanto ao regime de escoamento não haverá tratamento especial para regime subcrítico e nem para supercrítico.

Quanto ao raio da curva, pode ser o interno, o externo e o médio.

Já vi projetos de rios em curva onde foi esquecido a sobrelevação da água na curva e quando apresentado o problema causava danos a estrutura de uma ponte onde foi preciso colação de gabiões tipo reno para proteção de erosão.

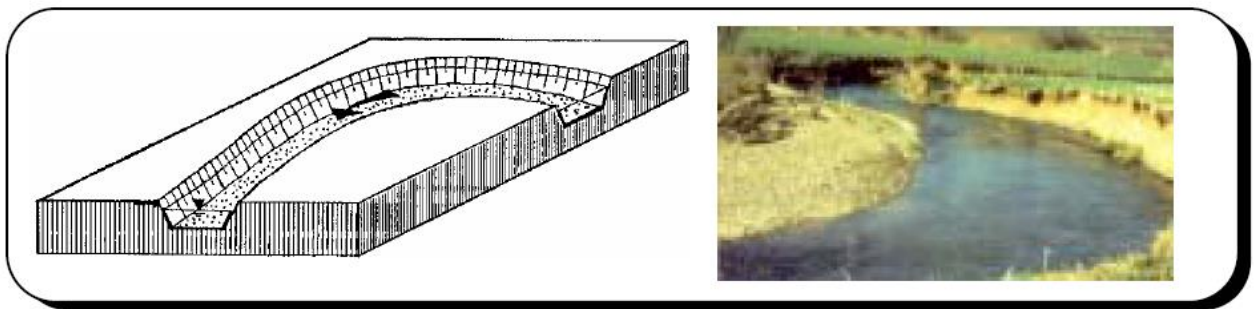


Figura 199.1 Canais em curvas

### 199.2 Teoria da sobrelevação em curvas

Conforme Nalluri, 2016 vamos mostrar a sobrelevação da curva da Figura (199.2)

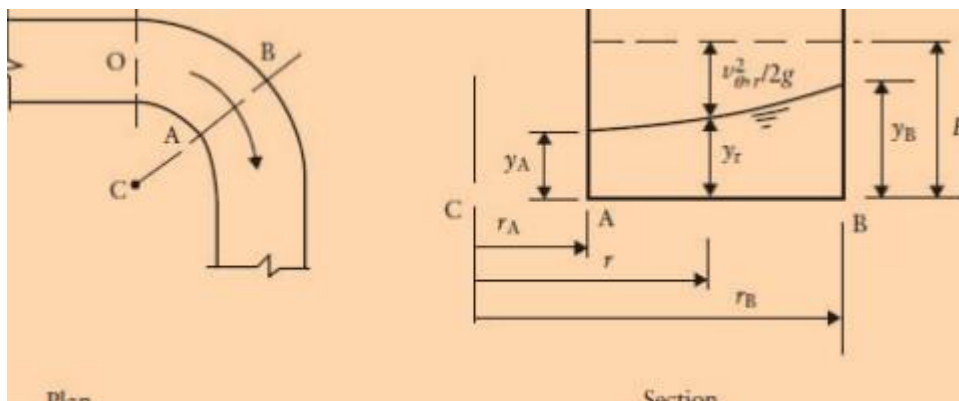


Figura 199.2 Curva em canal com sobrelevação

**Exemplo 199.1 Este exemplo é de Nalluri, Example 10.7**

Calcular as cotas  $y_A$  e  $y_B$  do canal em curva com vazão de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  que tem  $3,00\text{m}$  de largura, altura do nível de água de  $2,2\text{m}$ , ângulo da curva de  $90^\circ$  e com raio interno de  $5,00\text{m}$  e consideramos que não há perda de energia na curva.

Para determinar  $y_A$  e  $y_B$  precisamos das velocidades angulares  $v_A$  e  $v_B$ .

$$y_o = 2,2\text{m} \quad v_o = Q/A = 10 / (2,2 \times 3,0) = 1,515 \text{ m/s}$$

$$v_o^2/2g = 1,515^2 / (2 \times 9,81) = 0,117 \text{ m}$$

O valor da energia específica  $E_o$  será:

$$E_o = y_o + v_o^2/2g = 2,2 + 0,117 = 2,317\text{m}$$

Em uma curva para um ponto genérico  $X$  temos:

$$v_X \cdot r = \text{constante} = K$$

$$v_X = K/r$$

Sendo:

$r$  = raio da curva.

$v_X$  = velocidade no raio  $X$  (m/s)

A vazão total  $Q$  será a integral  $v_X \cdot y_r \cdot dr$  (velocidade . área da seção) deste  $y_A$  até  $y_B$ .

$$Q = \int v_X \cdot y_r \cdot dr \quad \text{Equação 199.1}$$

Mas  $y_r = E - v_X^2/2g = E - K^2/2gr^2$

Substituindo na Equação (199.1) temos:

$$Q = K \int (1/r) (E - K^2/2gr^2) dr = K \int (E/r - K^2/2gr^2) dr$$

Teremos então:

$$Q = K [ E \cdot \ln(r_B/r_A) + K^2/4g (1/r_B^2 - 1/r_A^2) ]$$

Fazendo as substituições teremos:

$$10 = K [ 2,317 \cdot \ln(8/5 + K^2/4 \times 9,81 (1/8^2 - 1/5^2)) ]$$

Observar que o valor de K aparece duas vezes na parte direita da equação e calculamos no Excel por tentativas e achamos **K= 9,71**.

Então teremos:

$$v_A = K/r_A = 9,71/5 = 1,942$$

$$v_A^2/2g = 0,192\text{m}$$

$$v_B = K/r_B = 9,71/8 = 1,2137$$

$$v_B^2/2g = 0,075\text{m}$$

$$y_A = 2,317 - 0,192 = 2,125\text{ m}$$

$$y_B = 2,317 - 0,075 = 2,242\text{m}$$

A sobrelevação se dará em B e será:

$$y_B - y_o = 2,242 - 2,2 = 0,042\text{m}$$

**Portanto, a elevação será de 4,2 cm.**

### 199.3 Método de Leopold, 1960 e Rozovskii, 1957 usados na Alemanha em Baden-Wurtemberg

Em Baden-Wurtemberg Teil 2, 2004 são usados dois métodos básicos, o do americano Leopold, 1960 e o do ucraniano Rozovskii, 1957.

Evitando demonstrações teóricas, vamos mostrar em um exemplo.

#### Exemplo 199.2 Adaptador de Baden-Wurtemberg Teil 2

O canal retangular da Figura (199.3) tem largura de 24m, raio médio de 60m e ângulo da curva de 120 graus. O comprimento do talvegue no raio médio é de  $L=125,7\text{m}$ . A velocidade é 1 m/s e a altura do nível de água é 2,00m. A vazão é de  $48\text{ m}^3/\text{s}$ . A rugosidade de Manning  $n=0,028$  Calcular a sobrelevação devido a curva.

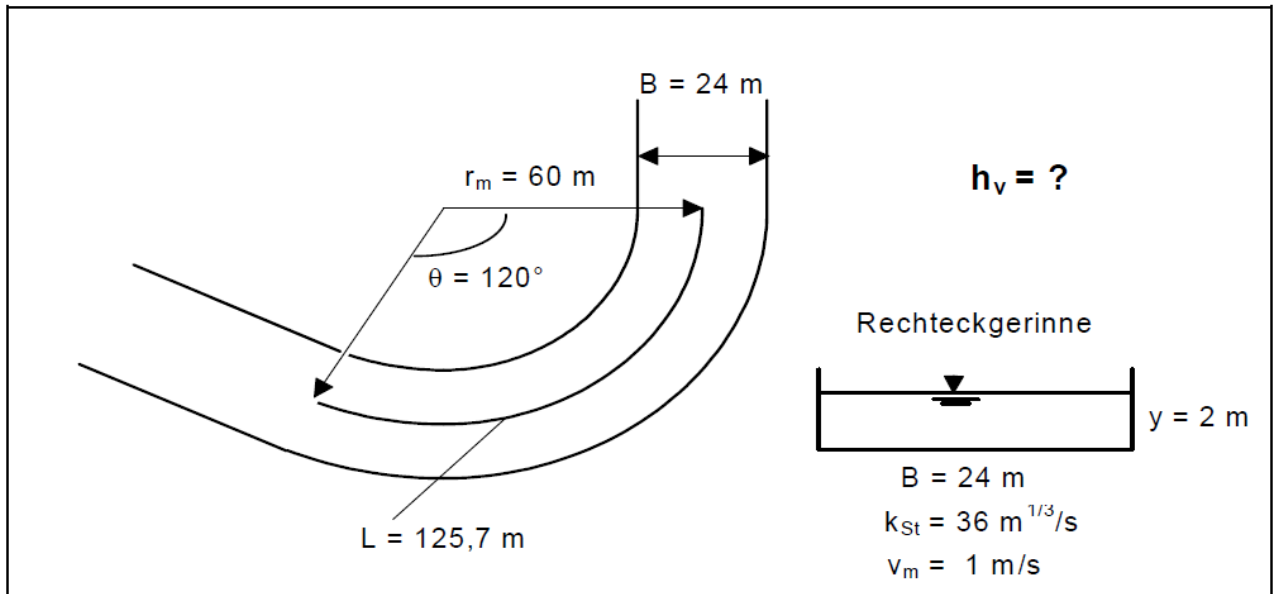


Abb. F12.6: Beispiel einer idealisierten Krümmung.

**Figura 199.3- Canal em curva**  
**Fonte: Baden-Wurttemberg Teil 2, 2004**

Os cálculos estão resumidos na Tabela (199.1).

**Tabela 199.1- Cálculos de Leopold, 1960 e Rozovskii, 1957**

<i>Baden-Wurtemberg Teil 2</i>	
<i>Leopold, 1960</i>	
<i>V (m/s)=</i>	1
<i>Largura do canal B (m)+</i>	24
<i>Raio de curvatura r (m)=</i>	60
<i>n=</i>	0,028
<i>y (m)=</i>	2
<i>Ângulo teta (graus)</i>	120
<i>Comprimento da curva L (m)=</i>	125,7
<i>Area molhada (m2)= A</i>	48
<i>Perimetro molhado (m)= P</i>	28
<i>Raio hidraulico (m)= A/P</i>	1,71428571
<i>Leopoldo, 1960 B/r</i>	0,4
<i>Grafico Abb F12.5 com a=1,00m Frc^2=</i>	0,35
<i>Frc=</i>	0,59160798
<i>Numero de Froude Fr</i>	0,22576182
<i>Se Fr &lt; Frc então vale as condições de Leopold</i>	
<i>Coefiente de atrito fr</i>	0,05140997
<i>Graffico Abb F12,4 com B/r=0,4 achamos fk/fr=</i>	0,5
<i>fk=</i>	0,02570498

$f = fr + fK$	0,07711495
Sobrelevação $h_v =$	0,07204961
Rozovskii, 1957	
$C = (1/n) R^{1/6}$	39,07
Sobrelevação $h_v =$	0,00822021

Leopold, 1960

Primeiro vamos usar a Figura (199.4). Entrando com a altura  $a=2,00\text{m}$  e  $B/r_m=0,4$  achamos  $Fr_c^2 = 0,35$  e, portanto,  $Fr_c=0,59$

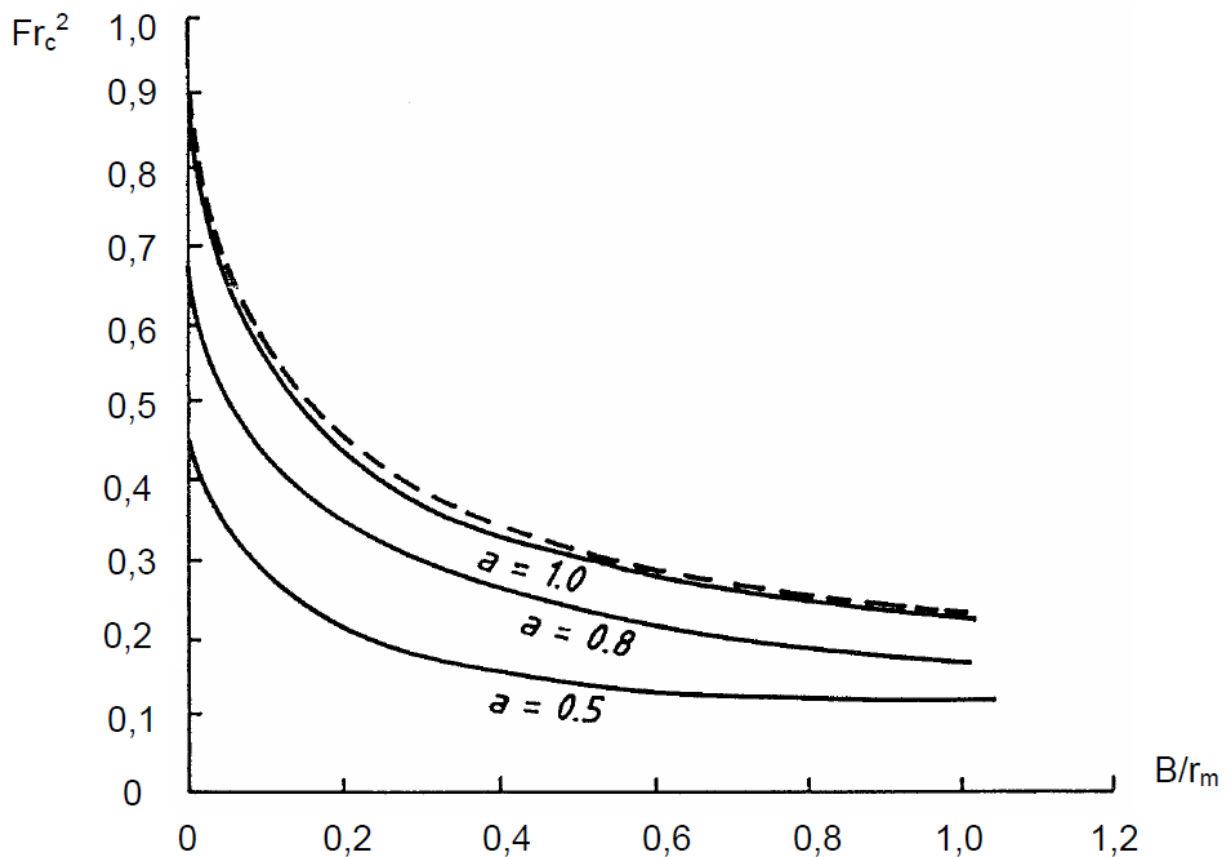


Figura 199.4- Leopold, 1960. Entramos com  $B/r_m$  e temos a altura  $a$  e achamos o valor de  $Fr_c^2$ . Observar que a curva pontilhada da altura “ $a$ ” é limitada. Fonte: Baden-Wurttemberg Teil 2, 2004.

$$R = A / U = (24 \times 2) / (24 + 2 \times 2,2) = 1,71\text{m}$$

Sendo:

$R$ = raio hidráulico (m)

$A$ = área molhada ( $\text{m}^2$ )

**U= perímetro molhado (m)**

$$C = (1/n) \times R^{(1/6)} = (1/0,029=8) \times 1,71^{(1/6)} = 39,4 \text{ m}^{(1/2)}/\text{s}$$
$$B/rm = 24/60 = 0,4$$

**O número de Froude Fr será:**

$$Fr = vm/(gxy)^{0,5} = 1/(9,81 \times 2)^{0,5} = 0,23$$

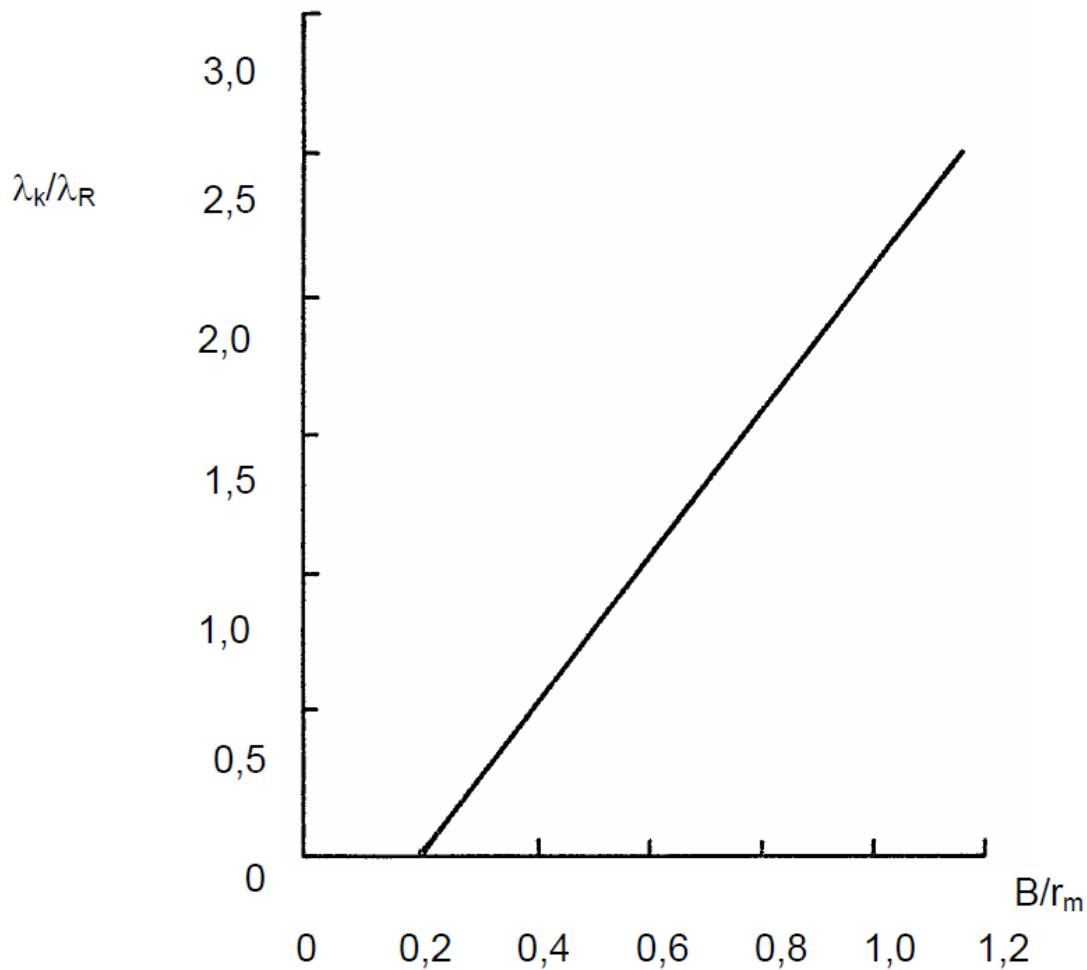
O número de Froude do canal calculado é  $Fr=0,23$  que é menor que o número de Frc de Leopold que é 0,59 e, portanto, são válidas as condições de Leopold.

$$fR = (8 \cdot g \cdot n^2) / R^{(1/3)} = (8 \times 9,81 \times 0,028^2) / 1,71^{(1/3)} = 0,051$$

Nota: os alemães usam normalmente para o coeficiente de atrito o símbolo grego lambda  $\lambda$ , enquanto que no Brasil e Estados Unidos usamos a letra "f".

Vamos calcular conforme Leopold. 1960.

Temos que entrar na Figura (199.5) onde entrando com  $B/rm=0,4$  achamos a relação  $fK/fR= 0,5$ .



**Figura 199.5- Para o método de Leopold, 1960. Entramos com B (largura do canal) dividido pelo raio médio da curva do canal  $r_m$  e achamos no gráfico a relação  $f_k/f_R$ . Fonte: Baden-Wurtemberg Teil 2, 2004.**

Com o valor  $B/r_m = 24/60 = 0,4$  achamos  $f_k/f_R = 0,5$

Como temos o valor de  $f_R = 0,051$  vamos achar  $f_k = 0,5 \times f_R = 0,025$

Mas segundo Leopoldo, 1969  $f = f_k + f_R = 0,051 + 0,025 = 0,076$

Com os valores calculados podemos então achar calcular o valor da sobrelevação  $h_v$ .

$$h_v = f \cdot L \cdot v_m^2 / (4R^2g) = 0,076 \times 125,7 \times 1^3 / (4 \times 1,71 \times 2 \times 9,81) = 0,07m$$

Portanto, a sobrelevação é de 7 cm conforme Leopold;



Vamos agora calcular a sobrelevação conforme Rozovskii, 1957;

$$h_v = [(24 \times g^{0,5}/C) + (60 \cdot g/C^2)] \times (y \cdot L \cdot v_m^2) / (r_m^2 \times 2 \cdot g)$$

Sendo:

$h_v$  = sobrelevação (m)

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$C$  = valor calculado acima

$L$  = comprimento do talvegue (m)

$v_m$  = velocidade média (m/s)

$r_m$  = raio médio da curva (m)

$$h_v = [(24 \times 9,81^{0,5}/39,4) + (60 \times 9,81/39,4^2)] \times (2 \times 125,7 \times 1^2) / (60^2 \times 2 \times 9,81)$$

Portanto, a sobrelevação conforme Rozovskii, 1957 será de 0,81cm;

Verificamos que segundo Leopold, 1969 a sobrelevação foi de 7cm e segundo Rozovskii, 1957 de 0,81cm e o valor correto estaria entre o intervalo.

### Exemplo 199.3

Aplicamos o método de Naluri no exemplo alemão de Baden Wutemberg Teil 2, 2004 conforme Tabela (199.2) e achamos sobrelevação de 5cm.

**Tabela 199.2- Método de Naluri aplicado a Baden-Wurtemberg, Teil 2, 2004.**

Baden-Wurtembur Teil 2 usando Naluri Exampnle 10.7		
Curva do um canal sem considerar perda de carga		
Largura (m)=	24	
Altura do nível de água (m)=	2	
Raio da curva interno (m)=	48	
Raio da curva externa (m)=	72	
Curva de 120 graus		
Vazão (m <sup>3</sup> /s)= Q=	48	
Area (m <sup>2</sup> )	48	
Velocidade $V_0$ (m/s)=	1,00	
Cota linha energia $E_0$ (m=)		2,051
Tentativa valor de K	9,71	
Tem que dar a vazão Q	8,07	
$V_A$ (m/s)=	0,202291667	
$V_B$ (m/s)=	0,134861111	
$y_A$ (m)	2,049	
$y_B$ (m)=		2,050
Sobreelevação (m)=		0,050

#### 199.4 Superelevação em curvas horizontais

Subramanya, 2009 e Pazwasgm 2016 mostram equação para escoamento subcrítico:

$$E = (V^2 \cdot T) / (g \cdot r)$$

Sendo:

**E**= sobrelevação (m) ou superelevação

**V**= velocidade média na seção (m/s)

**T**=largura da superfície da água ou largura do canal \*m). Observar que pode ser um canal de seção trapezoidal ou outra seção qualquer.

**g**= 9,81=aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>)

**r**= raio médio do canal (m)

#### Exemplo 199.4

Calcular a superelevação de um canal com V=1,8m/s largura B=80m e raio médio de curvatura de 500m.

$$E = (V^2 \cdot B) / (g \cdot r)$$

$$E = (1,8^2 \times 80) / (9,81 \times 500) = 0,053m$$

Quando o escoamento em um canal ou rio for subcrítico a superelevação E pode ser calculada conforme Subramanya, 2009 pelas seguintes equações.

#### Canal retangular

$$E = (3 \cdot V^2 \cdot B) / (4 \cdot g \cdot r)$$

Sendo:

**E**= altura máxima que a água atinge acima do nível do escoamento  $y_0$  (m)

**V**= velocidade média na seção (m/s)

**B**= largura da seção (m)

**g**= 9,81m/s<sup>2</sup>= aceleração da gravidade

**r**= raio da curva medido do centro do canal (m)

#### Exemplo 199.5

Calcular a superelevação de um canal retangular com V=1,8m/s largura B=80m e raio de curvatura de 500m.

$$E = (3 \cdot V^2 \cdot B) / (4 \cdot g \cdot r)$$

$$E = (3 \times 1,8^2 \times 80) / (4 \times 9,81 \times 500) = 0,04m$$

#### Canal trapezoidal

$$E = V^2 (B + 2.z.y_0) / 2 (g.r - 2.z.V^2)$$

Sendo:

$y_0$  = altura do nível de água (m)

$z$  = declividade do talude.

### Exemplo 199.6

Calcular a superelevação de um canal trapezoidal com talude 1 (V): 2(H) ( $z=2$ );  $V=1,8\text{m/s}$  largura  $B=80\text{m}$  e raio de curvatura de 500m.

$$E = V^2 (B + 2.z.y_0) / 2 (g.r - 2.z.V^2)$$

$$E = 1,8^2 (80 + 2 \times 2 \times 1,2) / 2 (9,81 \times 500 - 2 \times 2 \times 1,8^2) = 0,03\text{m}$$

### 199.5 Raio de curvatura para curvas horizontais

Segundo French, 2007 não há uma regra para estimar o mínimo raio de curvatura.

Na Índia o mínimo raio de curvatura é 91m para canais com vazões de  $0,30\text{m}^3/\text{s}$  e raio de 1500m para vazões maiores que  $85\text{m}^3/\text{s}$ .

Khatsuria, 2005 recomenda o raio mínimo de curvatura aceitável para canal com seção retangular os estudos de Wes, 1970.

$$R_{\min} = 4 V^2 B / g.y$$

### Exemplo 199.7

Calcular a superelevação de um canal,  $V=1,8\text{m/s}$  largura  $B=80\text{m}$  e  $y=1,20\text{m}$ .  
Calcular o raio mínimo de curvatura de 500m.

$$R_{\min} = 4 V^2 B / g.y$$

$$R_{\min} = 4 \times 1,8^2 \times 80 / (9,81 \times 1,20) = 88,00\text{m}$$

### Máxima superelevação

$$E_{\max} = 0,09. B$$

### Exemplo 199.8

Calcular a máxima superelevação em um canal com 80m de largura.

$$E_{\max} = 0,09. B$$

$$E_{\max} = 0,09 \times 80 = 7,2\text{m}$$

Khatsuria, 2005 recomenda que o mínimo comprimento de transição de cada lado da curva seja dado pela equação:

$$L_t = 20 \times E$$

Sendo:

Lt= comprimento de transição em metros de cada lado da curva

E= superelevação na curva (m)

### Exemplo 199.9

Calcular o comprimento mínimo de transição para superelevação de 0,50m.

$$L_t = 20 E$$

$$L_t = 20 \times 0,50 = 10,00\text{m}$$

Khatsuria, 2005 conforme Figura (199.6) informa ainda que se pode usar dois raios de curvatura (  $R_t$  e  $R_c$  ) da seguinte maneira:

$$\theta = 2.\theta_t + \theta_c$$

Sendo:  $\theta_t$

$$\theta_t = \tan^{-1} [ b / \tan \beta_1 / (R_t + b/2) ]$$

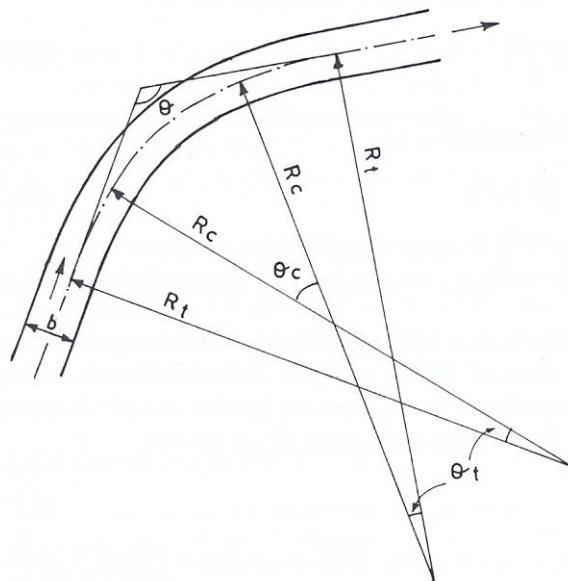
Sendo:

$$R_t = 2.R_c$$

$R_c$ = raio da curva central (m)

$F_1$ = número de Froude do escoamento no começo da curva

$$\beta_1 = \sin^{-1} ( 1/F_1 )$$



**Figura 199.6- Curva composta de dois raios**  
**Fonte: Khatsuria, 2005**

]

**199.6 Superelevação conforme French para curvas horizontais**

Uma equação que fornece uma estimativa boa da superelevação de um canal em curva conforme French, 2007 é:

$$E = (V^2 / g) [ 20R/3.B - 16R^3/B^3 + (4R^2/B^2 - 1)^2 \ln( (2R+B)/(2R-B)) ]$$

**Exemplo 199.10**

Calcular a superelevação de um canal,  $V=1,8\text{m/s}$ . largura  $B=80\text{m}$  e raio de curvatura de  $500\text{m}$ .

$$E = (V^2 / g) [ 20R/3.B - 16R^3/B^3 + (4R^2/B^2 - 1)^2 \ln( (2R+B)/(2R-B)) ]$$

$$E = (1,8^2 / 9,81) [ 20 \times 500 / 3 \times 80 - 16 \times 500^3 / 80^3 + (4 \times 500^2 / 80^2 - 1)^2 \ln( (2 \times 500 + 80) / (2 \times 500 - 80) ) ] = 0,028\text{m}$$

**199.7 Superelevação em curvas conforme Pazwash**

Pazwash.2016 mostra equação para escoamento em uma curva de um canal.

$$E = ( V^2 \cdot T ) / ( g \cdot r )$$

Sendo:

$E$ = sobrelevação (m) ou superelevação

$V$ = velocidade média na seção (m/s)

$T$ =largura da superfície da água ou largura do canal (m). Observar que pode ser um canal de seção trapezoidal ou outra seção qualquer.

$g = 9,81$ =aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>)

$r$ = raio médio do canal (m)

Pazwash, 2016 salienta que na curva aparecerão forças centrífugas que aumentarão as tensões superficiais, ou seja, a tensão trativa.

$$\sigma_b = K_b \cdot \sigma_d$$

Sendo:

$\sigma_d$ = tensão trativa se não houvesse curva (Pa)

$\sigma_b$ = tensão trativa na curva (Pa)

$K_b$ = fator de curva do canal

O fator da curva K depende da relação do raio médio da curva dividido pela largura da superfície do canal T.

Se  $2 < r/T < 10$

$$K_b = 2,38 - 0,206(r/T) + 0,0073 (r/T)^2$$

Se  $r/T \leq 2,0$

$$K_b = 2,0$$

Se  $r/T \geq 10$

$$K_b = 1,05$$

Tabela 199.1- Fator da curva do canal  $K_b$  em função de  $r/T$

r/T	10	9	8	7	6	5	4	3	2
K <sub>b</sub>	1,05	1,13	1,20	1,30	1,41	1,53	1,670	1,83	2,0

Ao passar a curva existe uma distância  $L_b$  na qual há influência do aumento da tensão trativa e o interessante salientado por Pazwash, 2016 é que o raio da curva não influencia no comprimento  $L_b$ .

$$L_b = 0,74 R^{(7/6)} / n_b$$

Sendo:

$L_b$ = comprimento até onde há influencia no aumento da tensão trativa (m)

$R$ = raio hidráulico (m)

$n_b$ = coeficiente de rugosidade de Manning

## 199.8 Bibliografia e livros recomendados

- BADEN-WURTTEMBERG. *Hydraulic naturnaher fliessgewasser*. Teil 1, ano 2002 com 97 paginas.
- BADEN-WURTTEMBERG. *Hydraulic naturnaher fliessgewasser*. Teil 2, ano 2004 com 218 paginas.
- BADEN-WURTTEMBERG. *Hydraulic naturnaher fliessgewasser*. Teil 3, ano 2003 com 113 paginas.
- BADEN-WURTTEMBERG. *Hydraulic naturnaher fliessgewasser*. Teil 4, ano 2003 com 60 paginas.
- COON, WILLIAN F. *Estimates of roughness coefficients for selected natural stream channels with vegetated banks in New York*. US Geological Survey Open-file report 93-161, Ithaca, New York, 1995.
- FRENCH, RICHARD H. *Open channel hydraulics*. Water Resources Publications, 2007, USA, 638 páginas.
- GARBRECHT, G. *Abflussberechnung fur flusse und kanal*. Die wasserwirtschaft, 51m S, 40-45 und S. 72-77, ano 1961.
- HAMILL, LES. *Bridge Hydraulics*. Editora Spon London, m 1999, 367 páginas.
- HYDRAULICS RESEARCH LABORATORY. Wallinford, 1988. *Assessing the hydraulic performance of environmentally acceptable channels*. Repoert EX 1799, Wallingford.
- KHATSURIA, R.M. *Hydraulics of Spillways and energy dissipators*. New Yorkm 2005, 649 páginas.
- MALCHEREK, ANDREAS. *Gerinnehydraulik und flusswasserbau*. Hydromechanik und wasserbau Band 2. Amazon/Kindle
- MALCHEREK, ANDREAS. *Sedimenttransport und morphodynamik*. Hydromechanik und wasserbau Band3 . Amazon/Kindle
- MCCUEN, RICHARD H. *Hydrologic analysis and design*. 2ª ed. Prentice-Hall, 1998, 814 páginas.
- NALLURI & FEATHERSTONES. Civil engeeneering Hydraulics. Editora John Wiley, 6ª ed, ano 2016, Amazon/Kindle.
- PATT, HEINZ E GONSOWKI, PETER. *Wasserbau*. Springer, 2011. Amazon/Kindle
- PATT, HEINZ E ROBERT, JUPNER. *Hochwasser Handbuch*. Springer. Amazon/Kindle.
- PAZWASH, HORMOZ. *Urban stormwater management*. Editora CRC Press, 2ª ed ano 2016, 683 oáginas.
- PRADHAN S. E KHATUA, K.K. *Composite roughness for rough compound channels*. India, 7 paginas.
- QUINTELA, ANTONIO DE CARVALHO. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gul benkian, janeiro de 1961/ Lisboa, 539 paginas.
- SELLIN, ROBERT HENRY JOHN. *A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain*. Ano de 1964, 10 paginas. University of Belfast. Department of civil engineering.
- SUBRAMANYA, K. *Flow in open channels*. McGraw-Hill, New Delhi, 2009, 3ª ed, 548 páginas.
- SUBRAMANYA, K. *Flow in open channels*. Tata McGraw-Hill, New Delhi, 3ª ed, 2009, 548 páginas.
- WEISBACH, JULIUS. *Experimental Hydraulik*. Freiberg, 1855.
- WURTENBERG, LARS. *Desertification, sertatiion und durren, Ursachen und wirkungen von problemen*. Studienarbeit. Amazon/Kindle.
- ZANKE, ULRICH. *Hydraulik fur den wasserbau*. Amazon, Kindle, Editora Springer, ano 2013, Berlim.

--ZIDAN, ABDEL KUSIK AHMED. *Review of friction formulae in open channel flow*. 14 de março de 2015 com 14 páginas.